

# ВАРИАНТ 16

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

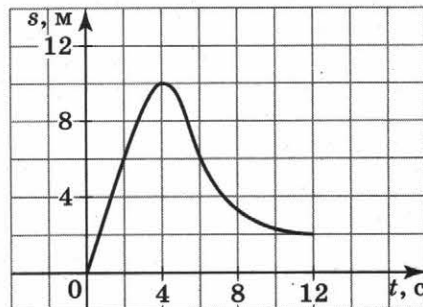
## ЧАСТЬ

## 1

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 1400 р., а стоимость одного номера журнала — 130 р. За полгода семья купила 20 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

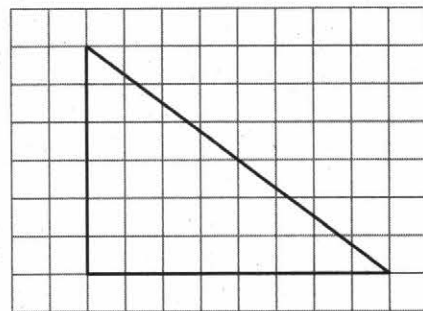
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Материальная точка движется прямолинейно от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время (в секундах), на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите отношение средней скорости движения точки за первые 6 с движения к средней скорости движения точки за следующие 6 с движения.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

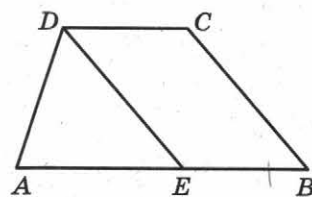
- 4** Научная конференция проводится в течение 3 дней. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 16 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора Ф. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{3}}(2x^2 - 4x) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Прямая, проведённая параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, делит большее основание пополам и отсекает от трапеции треугольник, площадь которого равна 16. Найдите площадь трапеции.

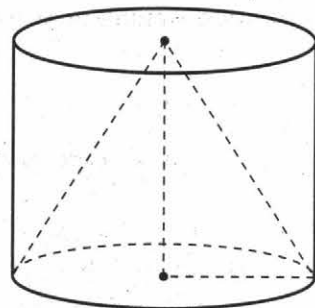


Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = -\frac{1}{6}t^2 + 8t + 17$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчёта (в метрах),  $t$  — время с начала движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 6$  с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 48. Найдите объём цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1**.

## ЧАСТЬ

## 2

9 Найдите значение выражения  $\sqrt{108} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{27}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = \text{const}$ , где  $p$  — давление в газе (в паскалях),  $V$  — объём газа (в кубических метрах). В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него  $k = \frac{4}{3}$ ) из начального состояния, в котором  $\text{const} = 2,56 \cdot 10^6$  Па  $\cdot$  м<sup>4</sup>, газ начинают сжимать. Какой наибольший объём  $V$  может занимать газ при давлении  $p$  не ниже  $6,25 \cdot 10^6$  Па? Ответ запишите в кубических метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Начав движение одновременно из пунктов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу, велосипедист и бегун встретились через 30 мин. За какое время бегун преодолеет расстояние между пунктами  $A$  и  $B$ , если велосипедисту для этого потребовалось 45 мин? Ответ запишите в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12

Найдите точку минимума функции  $y = (2x^2 + 8x + 2)e^{x+5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на **задания 13–19** используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала **номер** выполняемого **задания** (13, 14 и т. д.), а затем **полное обоснованное решение и ответ**. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение  $9^{\cos^2 x} = 9 \cdot 3^{\sqrt{3} \sin 2x}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$ .

14

В основании наклонного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит квадрат  $ABCD$ . Точки  $K, L, M, N$  — середины диагоналей  $BA_1, BC_1, DC_1$  и  $DA_1$  боковых граней соответственно. Точки  $P$  и  $Q$  — середины диагоналей  $A_1 C_1$  и  $BD$  оснований соответственно.

а) Докажите, что отрезки  $KM, LN$  и  $PQ$  пересекаются в одной точке.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $KLMN$ , если  $KM = 10$ .

15

Решите неравенство  $\log_{(4x-4x^2)}\left(\frac{4}{9}x - x^3 + 1\right) \leq 0$ .

16

Через вершину  $A$  остроугольного треугольника  $ABC$  проведена касательная  $l$  к окружности, описанной около этого треугольника. Точки  $P$  и  $Q$  — основания перпендикуляров, опущенных из точек  $B$  и  $C$  на прямую  $l$  соответственно,  $AH$  — высота треугольника  $ABC$ .

а) Докажите, что  $\frac{PB}{QC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2$ .

б) Найдите  $QC$ , если  $AH = 4\sqrt{2}$ , а  $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

17

Некая фирма владеет двумя заводами в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковая продукция, однако на втором заводе используется более современное оборудование. Если рабочие на первом из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $2t$  единиц продукции, а если рабочие на втором из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $5t$  единиц продукции.

На обоих заводах за каждый час работы фирма платит рабочему 600 р. На оплату труда рабочих выделено 1 740 000 р. и все они должны быть выплачены. Какое наибольшее количество единиц продукции можно произвести за неделю на этих двух заводах?

18

Найдите все значения параметра  $a$ , такие, что каждый корень уравнения

$$2x^4 - \frac{4}{3}a^3 = 7a^2 + 6a - 162\sin|x|$$

является корнем данного уравнения только при одном значении параметра.

19

Дана бесконечная последовательность натуральных чисел, в которой  $n$ -й член задаётся формулой  $a_n = 2n - 1$ , где  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ .

- Может ли сумма некоторого набора идущих подряд членов последовательности равняться 111?
- Сколькими способами можно представить число 1000 в виде суммы некоторого набора идущих подряд членов данной последовательности?
- Какое наибольшее число способов представления в виде суммы некоторого набора идущих подряд членов данной последовательности может иметь произвольное нечётное простое число  $p$ ?