ВАРИАНТ 18

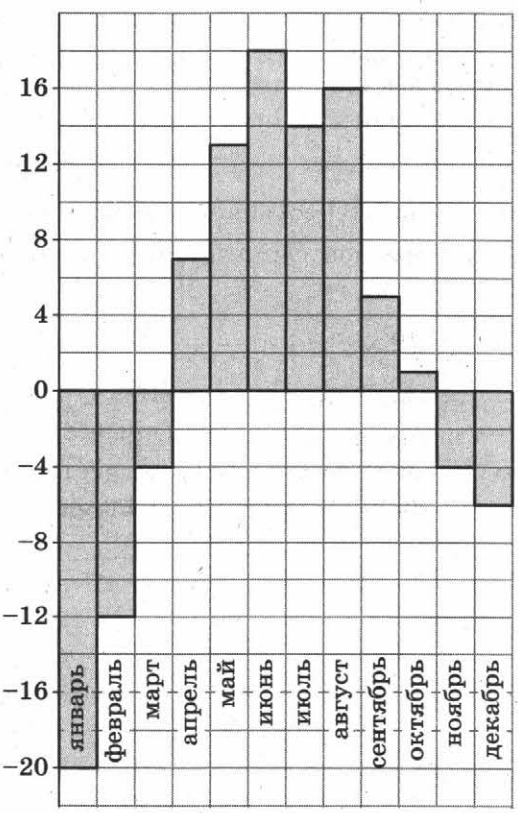
Ответом к **заданиям 1—12** является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в **поле ответа в тексте работы**, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

ЧАСТЬ 1

1 На бензоколонке один литр бензина стоит 42 р. 30 к. Водитель залил в бак 40 л бензина и взял бутылку воды за 72 р. Сколько рублей сдачи он получит с 2000 р.?

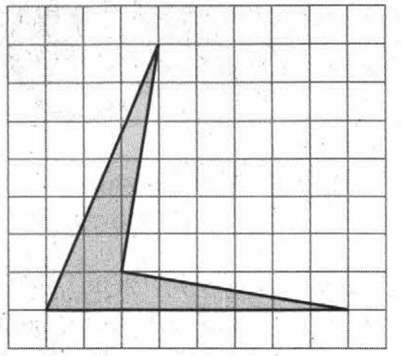
Ответ: ______________________.

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 г. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура (в градусах Цельсия). Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине 1973 г. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: ______________________.

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.



Ответ: ________________.

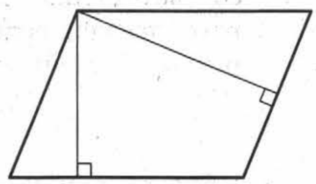
4 В гонке с раздельного старта по биатлону участвует 81 спортсмен, в том числе 11 спортсменов из России, Очередность выхода на старт определяется жеребьёвкой. Биатлонист из России Иван Петров стартует тринадцатым. Найдите вероятность, того, что сразу после него старт примет спортсмен не из России.

Ответ: ________________.

5 Найдите корень уравнения $\log_{16} 4^{3x+4} = 5$.

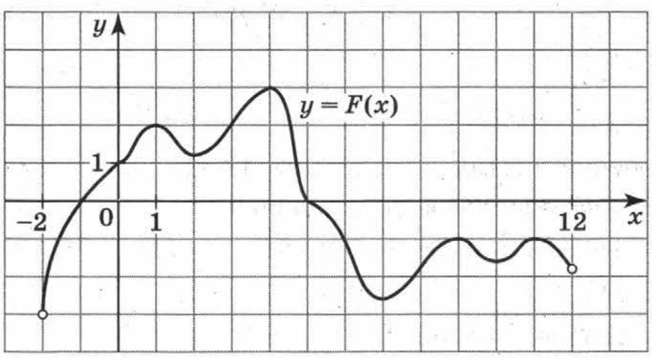
Ответ: ________________.

6 Стороны параллелограмма равны 18 и 15. Высота, опущенная на бо́льшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на меньшую сторону параллелограмма.



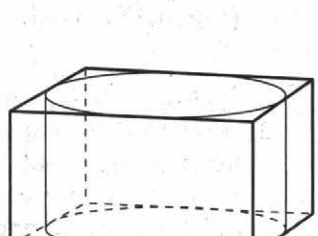
Ответ: ________________.

7 На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;\ 12)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[0;\ 8]$.



Ответ: ________________.

8 Прямоугольный параллелепипед, объём и площадь боковой поверхности которого равны 100 и 80 соответственно, описан около цилиндра. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: ________________.

Не забудьте перенести все ответы в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1**.

ЧАСТЬ 2

9 Найдите значение выражения $3^{\sqrt{8}+10} \cdot 9^{-4-\sqrt{2}}$.

Ответ: ____________________.

10 Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 280$ мкг изотопа железа-59, период полураспада которого $T = 45$ суток. В течение скольких суток содержание железа-59 в веществе будет превосходить 17,5 мкг?

Ответ: ____________________.

11 По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны 65 км/ч и 35 км/ч соответственно. Длина пассажирского поезда равна 700 м. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 36 с. Ответ дайте в метрах.

Ответ: ____________________.

12 Найдите точку минимума функции $y = (1-4x)\cos x + 4\sin x + 7$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: ____________________.

Не забудьте перенести все ответы в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на **задания 13—19** используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2.** Запишите сначала **номер** выполняемого **задания** (13, 14 и т. д.), а затем **полное обоснованное решение и ответ.** Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\log_3(x^2 - 3x + 63) = 4$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\log_2 0{,}13;\ 3\sqrt{5}]$.

14 Точки O и O_1 — центры верхнего и нижнего оснований цилиндра, точка K — середина отрезка OO_1. На окружности верхнего основания взяты точки A и B, не лежащие на диаметре, а на окружности нижнего основания — точки A_1 и B_1, симметричные точкам A и B соответственно относительно точки K.
а) Докажите, что отрезки AB и A_1B_1 равны.
б) Пусть точка C лежит на большей из дуг окружности верхнего основания, на которые точки A и B, разбивают эту окружность, и равноудалена от точек A и B. Найдите расстояние от точки C до плоскости ABA_1, если радиус основания равен 5, $AB = 6$, а высота цилиндра равна 8.

15 Решите неравенство $\log_{(x+2)^2}(12+4x-x^2)\geqslant 1$.

16 В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны сторонам CD и AB соответственно. Прямые CD и AB пересекаются в точке M и угол CAM равен $45°$.
а) Докажите, что угол AKD, где K — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$, равен $135°$.
б) Найдите длину отрезка MK, если $AD=5$.

17 В начале года за участие в инвестировании крупного проекта фирме был выделен пакет ценных бумаг. К концу каждого k-го года владения ценными бумагами их стоимость увеличивается и становится равной $10k$ условных денежных единиц. В конце k-го года после очередного увеличения стоимости ценных бумаг фирма имеет возможность продать весь пакет ценных бумаг, а вырученную сумму вложить в банк, и тогда в конце каждого следующего года вложенная сумма будет увеличиваться на 9%. В конце какого года фирме следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на счёте оказалась наибольшей?

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$|x|-2a+\frac{\sin^2 x+(a+3)^2}{|x|-2a}\leqslant 2\sqrt{\sin^2 x+(a+3)^2}$$

имеет единственное решение.

19 Лыжники спортивной секции посёлка приняли участие в районных и областных соревнованиях. Каждый из них выступал либо на районных, либо на областных соревнованиях, при этом возможно, что кто-то из них мог выступить и на районных и на областных соревнованиях. Известно, что на районных соревнованиях юношей участвовало не более $\frac{4}{13}$ от общего числа членов спортивной секции, выступавших на районных соревнованиях, а на областных — юношей участвовало не более $\frac{4}{7}$ от общего числа спортсменов секции, принявших участие в областных соревнованиях.
а) Могло ли быть в секции 10 юношей, если дополнительно известно, что всего в секции занимался 21 спортсмен?
б) Какое наибольшее количество юношей могло быть в секции, если дополнительно известно, что всего в секции занимался 21 спортсмен?
в) Какую наибольшую долю могло составлять количество юношей от общего числа спортсменов секции без дополнительного условия пунктов «а» и «б»?