

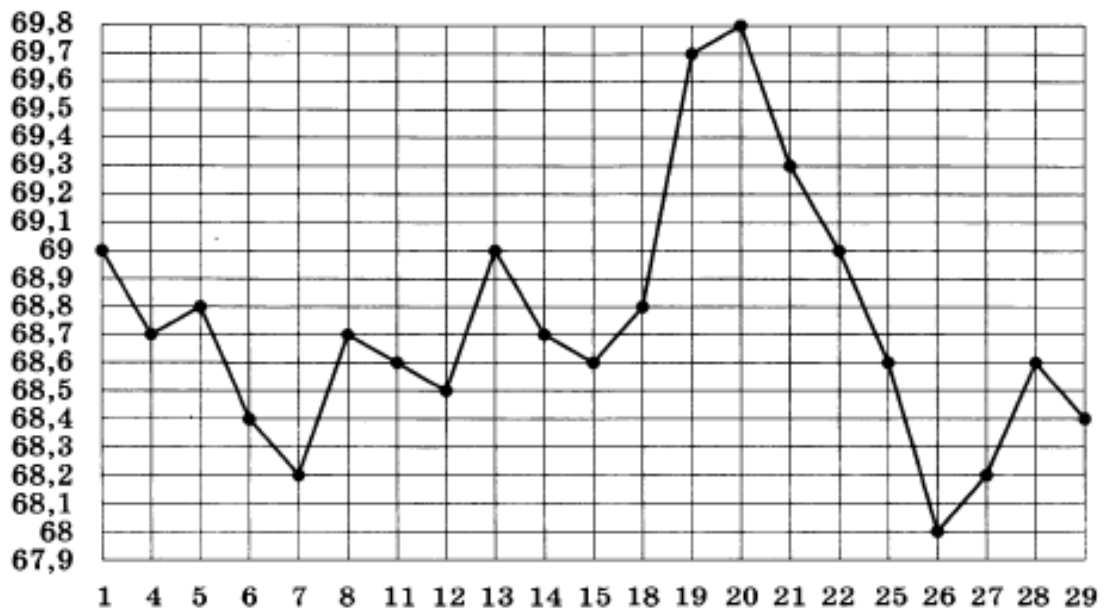
ВАРИАНТ 9

Часть 1

- 1 В июле на рынке голландские помидоры стоили на 25 % дешевле красnodарских; в августе они подорожали на 10 %, а красnodарские помидоры подешевели на 40 % за счёт сезонного падения цен. На сколько процентов голландские помидоры дороже красnodарских в августе?

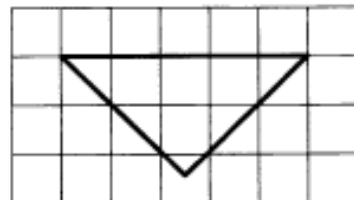
Ответ: _____.

- 2 На графике жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, на все рабочие дни с 1 сентября по 29 сентября 2017 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности точки соединены линиями. Определите наименьший курс евро в рублях в период с 5 по 18 сентября.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.



Ответ: _____.

- 4 Артём гуляет по парку. Он выходит из точки S и, дойдя до очередной развилки, с равными шансами выбирает следующую дорожку, но не возвращается обратно. Найдите вероятность того, что таким образом он выйдет к пруду или фонтану.

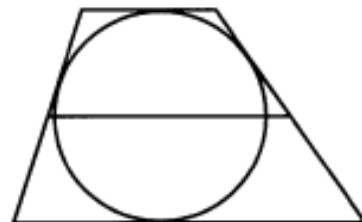


Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\log_7(x+8) = 1 + \log_7(3x-14)$.

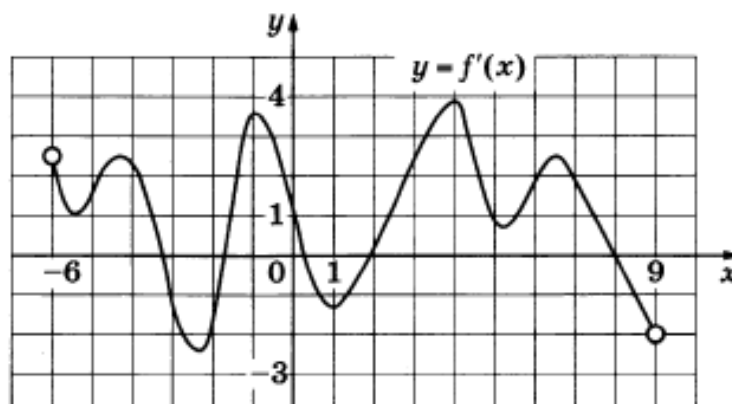
Ответ: _____.

- 6 Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 28. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

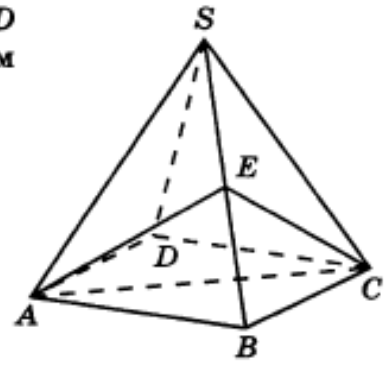
- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-3; 7]$.



Ответ: _____.

- 8 Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 52. Точка E — середина ребра SB . Найдите объем треугольной пирамиды $EABC$.

Ответ: _____.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{45} \cdot \sqrt[3]{189}}{\sqrt[3]{35}}$.

Ответ: _____.

- 10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды (в Вт), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в м^2), а T — температура (в К). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $4,617 \cdot 10^{13} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды. Ответ дайте в кельвинах.

Ответ: _____.

- 11 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 15 % меди, второй — 40 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 45 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 35 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = 2x^2 - 57x + 203 \ln x + 28$.

Ответ: _____.

13 а) Решите уравнение $\sqrt{3} \cos x + 2 \cos\left(x - \frac{5\pi}{6}\right) = \cos 2x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$.

14 Точки A , B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S , причём A и C диаметрально противоположны. Точка M — середина BC .

а) Докажите, что прямая SM образует с плоскостью ABC такой же угол, как и прямая AB с плоскостью SBC .

б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC , если $AB = 6$, $BC = 10$ и $SC = 4\sqrt{3}$.

15 Решите неравенство $2\log_2^2(\cos^2 x) + 7\log_2(\cos x) \geq 1$.

16 На гипотенузе AB и катетах BC и AC прямоугольного треугольника ABC отмечены точки M , N и K соответственно, причём прямая NK параллельна прямой AB и $BM = BN = \frac{1}{2}KN$. Точка P — середина отрезка KN .

а) Докажите, что четырёхугольник $BSPM$ — равнобедренная трапеция.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $BM = 2$ и $\angle PMC = 15^\circ$.

17 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 15 % по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика превысит 7 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (ay - ax + 2)(y - x + 3a) = 0, \\ |xy| = a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно, но не более шести решений.

19 Известно, что в кошельке лежало n монет, каждая из которых могла иметь достоинство 2, 5 или 10 рублей. Мила сделала все свои покупки, расплатившись за каждую покупку отдельно без сдачи только этими монетами, потратив при этом все монеты из кошелька.

а) Могли ли все её покупки состоять из блокнота за 58 рублей и ручки за 26 рублей, если $n = 19$?

б) Могли ли все её покупки состоять из чашки кофе за 15 рублей, ватрушки за 25 рублей и шоколадного батончика за 30 рублей, если $n = 31$?

в) Какое наименьшее количество десятирублёвых монет могло быть в кошельке, если Мила купила только альбом за 129 рублей и $n = 21$?