

## ВАРИАНТ 16

### Часть 1

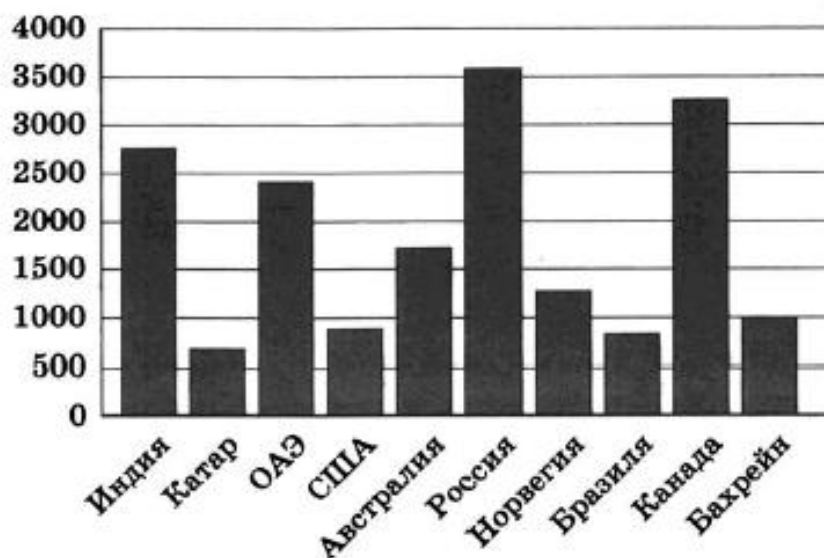
1

Призёрами городской олимпиады по математике стали 20 учеников, что составило 10 % от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Ответ: \_\_\_\_\_.

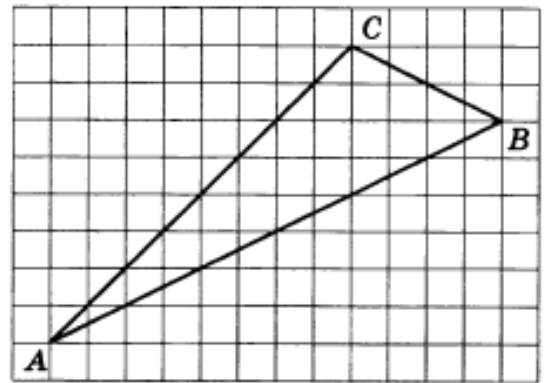
2

На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2016 год. Среди представленных стран первое место по выплавке алюминия занимала Россия, десятое место занимал Катар. Какое место занимала Норвегия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

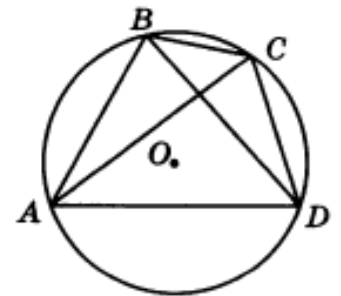
- 4 За круглый стол на 11 стульев в случайном порядке рассаживаются 9 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки окажутся на соседних местах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $(x - 4)^3 = 729$ .

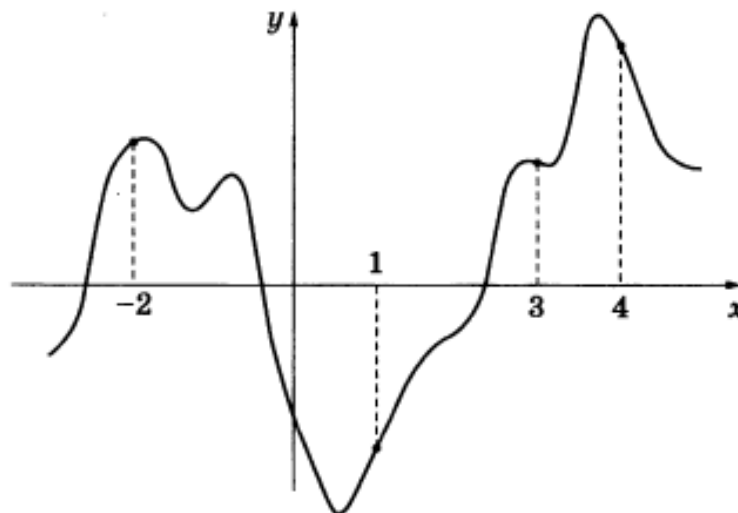
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $72^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $58^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

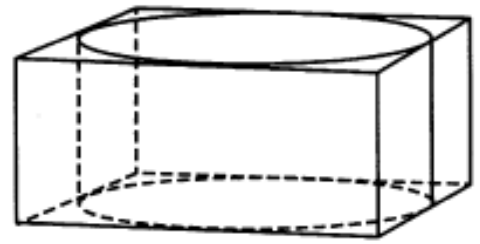
- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки  $-2, 1, 3, 4$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 7. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9

Найдите значение выражения  $2\sqrt{3}\cos^2\frac{17\pi}{12} - 2\sqrt{3}\sin^2\frac{17\pi}{12}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 52 мг. Период его полураспада составляет 9 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 13 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12

Найдите точку минимума функции  $y = (2x^2 - 26x + 26)e^{x-17}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

13

а) Решите уравнение  $36^{\sin x} + 36^{\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{37}{6}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[7\pi; \frac{17\pi}{2}\right]$ .

14

В пирамиде  $ABCD$  рёбра  $DA$ ,  $DB$  и  $DC$  попарно перпендикулярны, а  $AB = BC = AC = 10$ .

а) Докажите, что эта пирамида правильная.

б) На рёбрах  $DA$  и  $DC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $DM : MA = DN : NC = 3 : 2$ . Найдите площадь сечения  $MNB$ .

15

Решите неравенство  $1 + \frac{13}{\log_3 x - 4} + \frac{42}{\log_3^2 x - \log_3\left(\frac{x^8}{81}\right) + 12} \geq 0$ .

16

В равнобедренной трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  в три раза больше основания  $BC$ .

а) Докажите, что высота  $BH$  трапеции разбивает основание  $AD$  на отрезки, один из которых вдвое больше другого.

б) Найдите расстояние от вершины  $B$  до середины диагонали  $AC$ , если  $AD = 21$  и  $AC = 10\sqrt{2}$ .

17

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 427 000 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(9x-4) \cdot \ln(x+a) = (9x-4) \cdot \ln(2x-a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

**19** Маша и Наташа делали фотографии несколько дней подряд. В первый день Маша сделала  $m$  фотографий, а Наташа —  $n$  фотографий. В каждый следующий день каждая из девочек делала на одну фотографию больше, чем в предыдущий день. Известно, что Наташа за всё время сделала суммарно на 1131 фотографию больше, чем Маша, и что фотографировали они больше одного дня.

- а) Могли ли они фотографировать в течение 13 дней?
- б) Могли ли они фотографировать в течение 12 дней?
- в) Какое наибольшее суммарное число фотографий могла сделать Наташа за все дни фотографирования, если известно, что в последний день Маша сделала меньше 35 фотографий?