

ВАРИАНТ 21

Часть 1

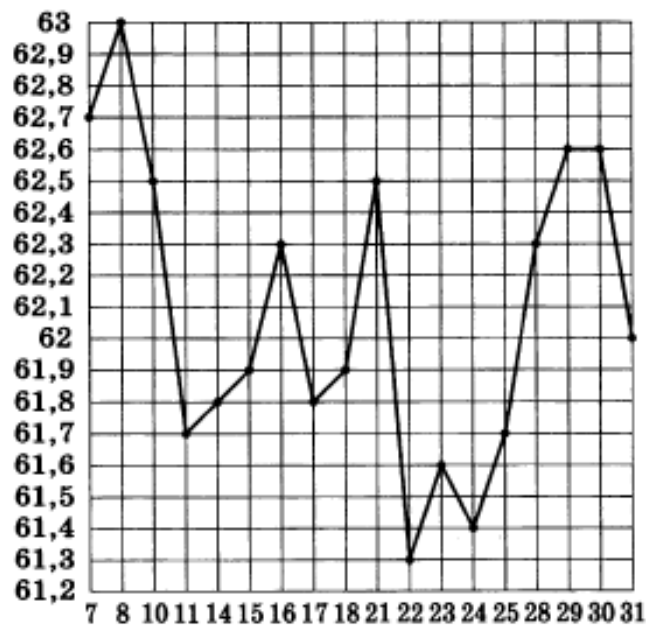
1

В городе N живёт 150 000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых 45% не работают (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

Ответ: _____.

2

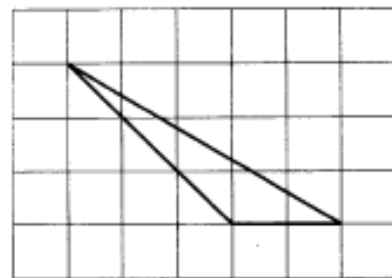
На графике жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на все рабочие дни с 7 мая по 31 мая 2018 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности точки соединены линиями.



Определите наименьший и наибольший курсы доллара в рублях в указанный период. Запишите в ответ разность найденных значений.

Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

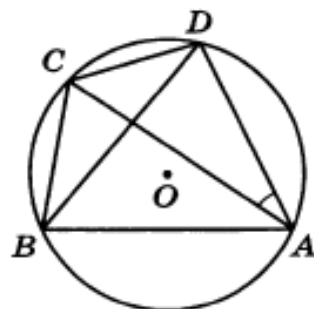
- 4 В роддоме измеряют вес новорождённого. Вероятность того, что вес окажется больше 3 кг, равна 0,87, вероятность того, что вес окажется меньше 3 кг 600 г, равна 0,93. Найдите вероятность того, что вес случайно выбранного новорождённого окажется в пределах от 3 кг до 3 кг 600 г.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x-1} = 5$.

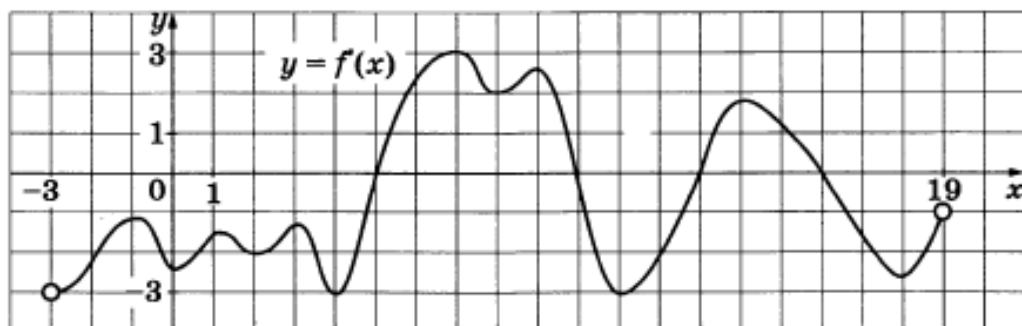
Ответ: _____.

- 6 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 82° , угол ABD равен 47° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



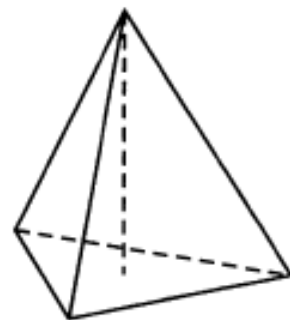
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 15]$.



Ответ: _____.

- 8 В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 10,5. Найдите высоту пирамиды.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $7\sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{8} \cdot \cos \frac{15\pi}{8}$.

Ответ: _____.

- 10 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях соответственно, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях соответственно. Изначально объём газа равен 294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

- 11 Первая труба пропускает на 8 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 180 литров она заполняет на 8 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 6x - 5$ на отрезке $[9; 36]$.

Ответ: _____.

13 а) Решите уравнение $3\cos 2x - 5\sin x + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 4. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5:1$, считая от точки C .

б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15 Решите неравенство $\frac{3}{(2^{2-x^2} - 1)^2} - \frac{4}{2^{2-x^2} - 1} + 1 \geq 0$.

16 Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.

б) Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите AL , если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 16$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1|, \\ y = a(x - 1) \end{cases}$$

имеет более двух решений.

Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 83 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

- а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?
- б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?
- в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 90, средний балл участников, сдавших тест, составил 100, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 75. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 103, а не сдавших тест — 79. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?