Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №1

1. Найдите эскиз графика производной функции $y = g'(x)$, если известно, что функция $y = g(x)$ убывает на всей числовой прямой (см. рис. 160).

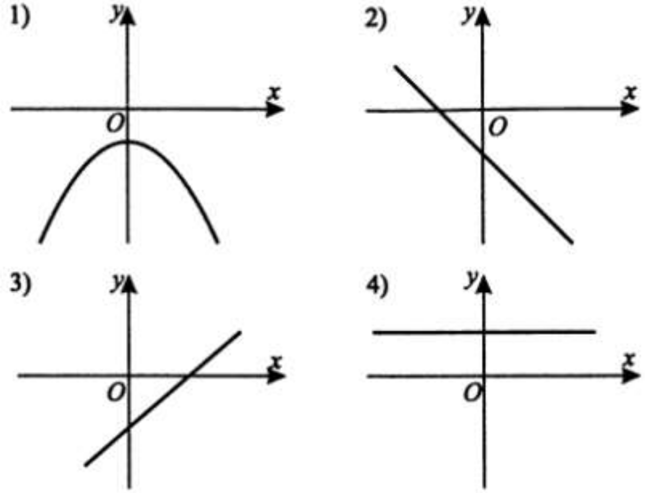

Рис. 160.

2. Дана функция $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Найдите координаты точки, в которой угловой коэффициент касательной к графику функции равен 2.

1) $(4; 3)$ 2) $(-3; 3)$ 3) $(3; -2)$ 4) $(2; -3)$

3. Какой из предложенных прямых параллельна касательная к графику функции $y = 3x^2 - 6x + 1$ в точке $x_0 = 2$?

1) $y = -3x + 2$ 2) $y = 6x + 11$ 3) $y = 9x - 4$ 4) $y = -x + 3$

4. На рисунке 161 (с. 90) изображён график производной некоторой функции. Укажите интервал, на котором функция убывает.

1) $(-3; 0]$ 2) $(-2; 2)$ 3) $(-\infty; 0]$ 4) $[0; +\infty)$

5. В какой точке касательная к графику функции $y = x^2 - 5x$ параллельна прямой $y = -x$?

1) $(-1; 1)$ 2) $(3; -6)$ 3) $(2; -6)$ 4) $(5; 0)$

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

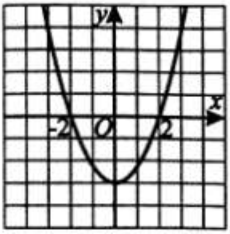

Рис. 161.

6. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в метрах) от него до данной точки M этой прямой изменяется по закону
$S(t) = 2t^3 - 3t + 4$ (t — время движения в секундах). Найдите скорость и ускорение в момент $t = 2$ с.

1) 14 м/с; 21 м/с^2 2) 24 м/с; 21 м/с^2
3) 21 м/с; 14 м/с^2 4) 21 м/с; 24 м/с^2

7. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки (1; 2) и (−1; 0). Является ли эта прямая касательной к графику функции $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ в точке $\left(1; -\frac{1}{2}\right)$?

1) $k = 1$, нет 2) $k = 1$, да 3) $k = -1$, нет 4) $k = -1$, да

8. Функция $y = g(x)$ задана своим графиком (см. рис. 162). Сравните $g'(-6)$ и $g'(3)$.

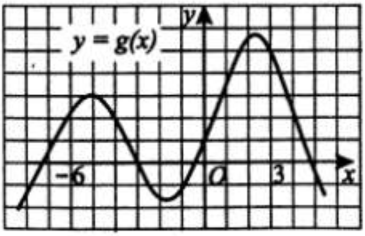

Рис. 162.

1) $g'(-6) = g'(3)$ 2) $g'(-6) > g'(3)$
3) $g'(-6) < g'(3)$ 4) нельзя сравнить

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №2

1. Найдите эскиз графика производной функции $y = g'(x)$, если известно, что функция $y = g(x)$ имеет единственный максимум (рис. 163, с. 91).

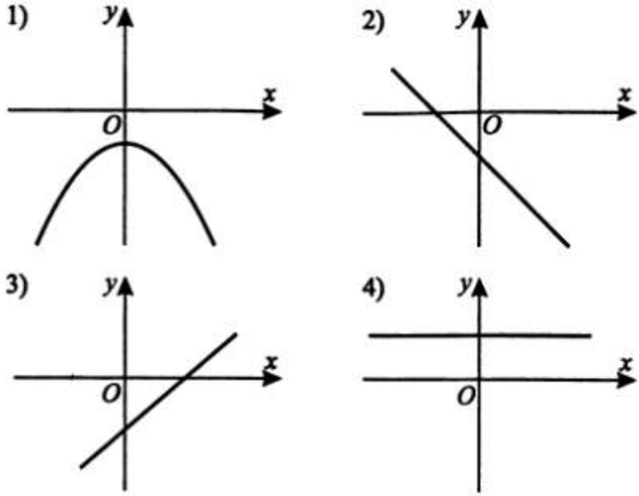

Рис. 163.

2. Функция $f(x)$ задана своим графиком (см. рис. 164, с. 91). Укажите, в какой точке графика касательная к нему параллельна оси абсци ·с.

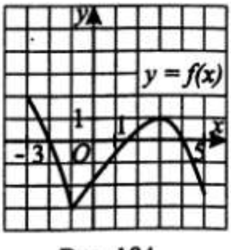

Рис. 164.

1) $(-3; -2)$ 2) $(4; -2)$ 3) $(3; 1)$ 4) $(-1; -3)$

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

3. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 - 2t^2$. Выберите, какой из формул задаётся скорость движения этой точки в момент времени t.

1) $3t^2 - 2$ 2) $t^2 - 4t$ 3) $\frac{t^4}{4} - \frac{2t^3}{3}$ 4) $3t^2 - 4t$

4. На рисунке 165 изображён график производной некоторой функции. Укажите промежуток, на котором функция возрастает.

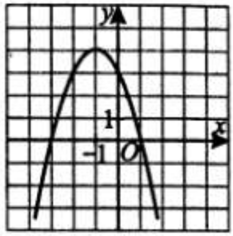

Рис. 165.

1) $(-3; 1)$ 2) $(-2; 2)$ 3) $(-\infty; 0]$ 4) $[0; +\infty)$

5. Дана функция $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$. Найдите координаты точек, в которых касательная к графику функции параллельна оси абсцисс.

1) $(2; 0)$, $(1; 4)$ 2) $\left(5{,}5; \frac{2}{3}\right)$, $(0; 0)$

3) $(-3; -2)$, $(4; 5)$ 4) $\left(-2; 7\frac{1}{3}\right)$, $\left(2; -3\frac{1}{3}\right)$

6. Материальная точка движется прямолинейно со скоростью $v(t) = 4t - 3$. Среди данных законов движения выберите тот, который описывает движение данной материальной точки.

1) $s(t) = 4t^2 - 3$ 2) $s(t) = 2t^2 - 3t$
3) $s(t) = 4t^2 - 3t$ 4) $s(t) = 4t^2 + 3$

7. К графику функции $y = x^2$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 1$. Определите расположение точки пересечения этой касательной с осью Oy.

1) выше точки $(0; 0)$ 2) ниже точки $(0; 0)$
3) ниже точки $(0; -20)$ 4) в точке $(0; 0)$

Производная функции.

Физический и геометрический смысл производной.

8. Известно, что $f'(x_0) = \sqrt{3}$. Тогда касательная к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 образует с положительным направлением оси Ox угол

1) $120°$ 2) $30°$ 3) $150°$ 4) $60°$

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №3

1. Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[-6; 6]$. На рисунке 166 изображён график её производной. Найдите точку, в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение.

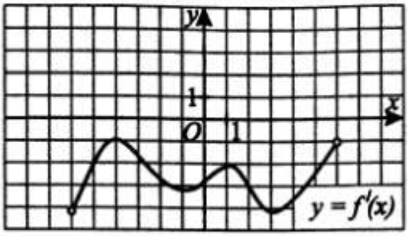

Рис. 166.

1) -6 2) -1 3) 3 4) 6

2. Путь S, пройденный падающим телом при начальной скорости $v_0 = 5$ м/с, определяется формулой $S = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ ($g \approx 10$ м/с^2). Вычислите скорость тела в момент $t = 5$ с.

1) 60 м/с 2) 65 м/с 3) 55 м/с 4) 75 м/с

3. График функции изображён на рисунке 167. Сравните скорости v_1 и v_2 изменения функции в точках $x_1 = 3$ и $x_2 = 8$.

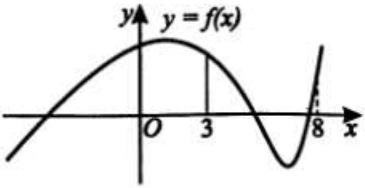

Рис. 167.

1) $v_1 > v_2$ 2) $v_1 < v_2$ 3) $v_1 = v_2$ 4) другой ответ

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

4. Под каким углом к положительному направлению оси абсцисс наклонена касательная, проведённая в любой точке кривой $y = -2x^5 - x^3 - 4x + 1000$?

1) острым 2) тупым

3) прямым 4) параллельна оси Ox

5. Прямолинейное движение двух материальных точек задано уравнениями $s_1(t) = 2t^3 - 5t^2 - 3t$, $s_2(t) = 2t^3 - 3t^2 - 11t + 7$ (s_1, s_2 — в метрах, t — в секундах). Найдите ускорения точек в тот момент, когда их скорости равны.

1) 14 м/с^2; 18 м/с^2 2) 1 м/с^2; 1 м/с^2

3) 2 м/с^2; 6 м/с^2 4) 14 м/с^2; 16 м/с^2

6. В какой точке графика функции $f(x) = x^2 + 4x + 3$ касательная наклонена к оси Ox под углом $\alpha = \frac{\pi}{4}$?

1) $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{4}\right)$ 2) $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}\right)$ 3) $(-3; 0)$ 4) $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$

7. Зависимость пути S от времени движения t выражается формулой $S(t) = \frac{gt^2}{2}$. Назовите формулу ускорения.

1) $\frac{gt}{2}$ 2) gt 3) $2gt$ 4) g

8. На рисунке 168 изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$ и четыре прямые. Одна из этих прямых — график производной данной функции. Укажите номер этой прямой.

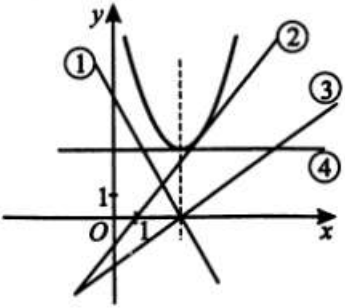

Рис. 168.

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Производная функции.

Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №4

1. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-6; 6]$. На рисунке 169 изображён график её производной. Найдите точку, в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение.

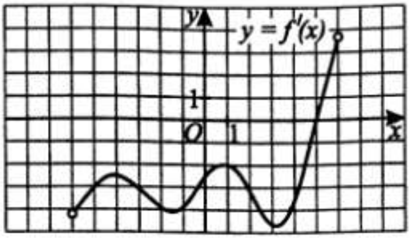

Рис. 169.

1) 5 2) -2 3) 3 4) -6

2. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в километрах) от него до неподвижной точки P этой прямой изменяется по закону $S(t) = \sqrt[3]{t}$ (t измеряется в часах). Через сколько часов после начала движения скорость тела будет равна 9 км/ч?

1) $\sqrt[3]{9}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $\frac{1}{81\sqrt{3}}$ 4) 9

3. Определите характер монотонности функции $y = f(x)$, если $f'(x) = 5x^4 + x^2 + 2$.

1) убывает
2) возрастает
3) возрастает и убывает
4) не возрастает и не убывает (параллельна оси абсцисс)

4. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции наклонена к оси Ox под углом α, если $f(x) = \frac{x^2}{8} + 2$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$.

1) 1 2) 2 3) -1 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точек задана уравнениями $s_1(t) = \frac{1}{3}t^3 + 3t^2 - 24$ и $s_2(t) = \frac{1}{2}t^2 + 6t - 17$. В какой момент времени скорости их движения будут равны?

1) 1 2) 5 3) 9 4) 2

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

6. График функции изображён на рисунке 170. Сравните скорости v_1 и v_2 изменения функции в точках $x_1 = -2$ и $x_2 = 2$.

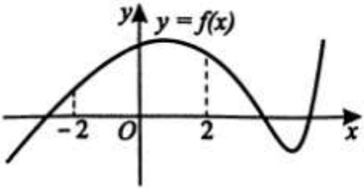

Рис. 170.

1) $v_1 = v_2$ 2) $v_1 > v_2$ 3) $v_1 < v_2$ 4) невозможно сравнить

7. Две точки движутся по оси Ox. Координата x первой точки определяется формулой $x_1 = 3t^2 - 5$, координата x второй точки — формулой $x_2 = 3t^2 - t + 1$ (x_1, x_2 — в метрах, t — в секундах). Найдите скорости движения точек в тот момент, когда их координаты равны.

1) 32 м/с; 30 м/с 2) 32 м/с; 35 м/с
3) 103 м/с; 103 м/с 4) 36 м/с; 35 м/с

8. Функция $f(x)$ задана своим графиком (см. рис. 171). Укажите, в какой точке графика касательная к нему параллельна оси абсцисс.

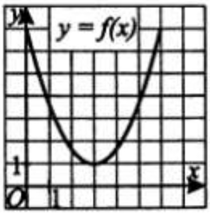

Рис. 171.

1) (1; 4) 2) (5; 4) 3) (3; 1) 4) (6; 7)

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №5

1. На рисунке 172 (с. 97) изображена прямая, которая является касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$. Найдите значение производной в точке x_0.

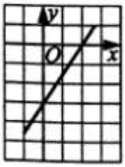

Рис. 172.

2. Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = 2t^3 + \frac{1}{2}t^2 - t$. Вычислите скорость при $t = 1$.

3. Найдите угловой коэффициент касательной к кривой $y = \frac{x^2}{2}$ в точке с абсциссой $x_0 = 8$.

4. Через точку графика функции $y = \sin x + 100$ с абсциссой $x_0 = 0$ проведена касательная. Определите градусную меру угла наклона касательной к оси ординат.

5. Угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 2x - 1$ в точке с положительной абсциссой x_0, равен 2. Найдите x_0.

6. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $s(t) = -t^3 + 3t^2 + 12t - 3$. Найдите максимальную скорость движения этой точки.

7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 8)$. На рисунке 173 (с. 97) изображён график её производной. Найдите наибольшую из длин промежутков возрастания этой функции.

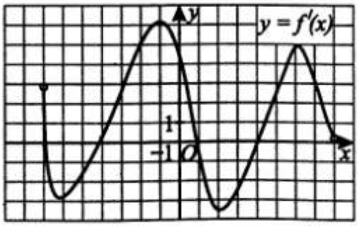

Рис. 173.

8. Под каким углом к оси Ox наклонена касательная, проведённая к кривой $y = x^3 - x^2 - 7x + 6$ в точке $M_0(2; -4)$? (Ответ запишите в градусах.)

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №6

1. На рисунке 174 изображена прямая, которая является касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$. Найдите значение производной в точке x_0.

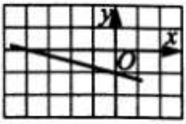

Рис. 174.

2. Тело движется по координатной прямой согласно закону

$x(t) = \frac{1}{4}t^2 + 5t - 7$, где $x(t)$ — координата тела в момент времени t.

Найдите его скорость при $t = 3$.

3. Найдите угловой коэффициент касательной к кривой $y = -2x^2 + x$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

4. К графику функции $y = f(x)$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке 175 (с. 98) изображён график производной этой функции.

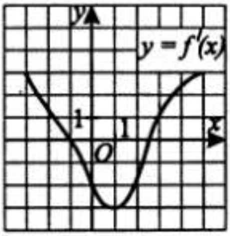

Рис. 175.

5. Угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $f(x) = x^3 + x^2 - x - 7$ в точке с отрицательной абсциссой x_0, равен 0. Найдите x_0.

6. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 10t^2 - 4t + 7$. Найдите максимальную скорость движения этой точки.

7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-7; 8]$. На рисунке 176 (с. 99) изображён график её производной. Найдите наибольшую из длин промежутков убывания этой функции.

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

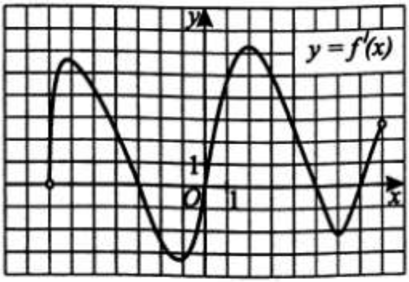

Рис. 176.

8. **Дана функция** $f(x) = \frac{x^2}{10} - 1$**. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции наклонена к оси** Ox **под углом 45°.**

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №7

1. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 7)$. На рисунке 177 изображён график её производной. Найдите точку x_0, в которой функция $y = f(x)$ имеет минимум.

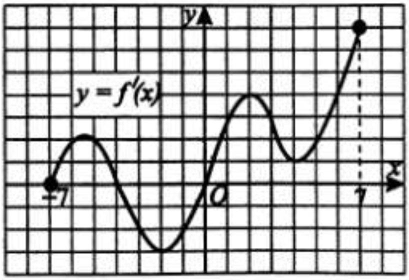

Рис. 177.

2. При прямолинейном движении тела путь $S(t)$ (в метрах) изменяется по закону $S(t) = t^3 - 15t^2 + 1$. В какой момент времени t (в сек) ускорение тела будет равно нулю?

3. Пусть касательные, проведённые к графику функции

$y = \dfrac{1}{x-4}$ в точках x_1 и x_2, параллельны. Найдите чему равно x_2, если $x_1 = -2$.

4. Дана функция $y = x^3 - 27x + 1$. Найдите расстояние между абсциссами точек графика этой функции, касательные в которых параллельны прямой $y = 3$.

5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-7; 7]$. На рисунке 178 изображён график её производной. Найдите сумму всех целых значений x из промежутка убывания функции $f(x)$.

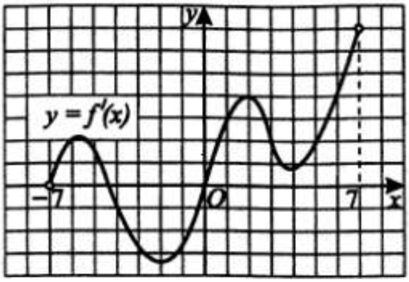

Рис. 178.

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

6. Зависимость температуры T тела от времени задана уравнением $T = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 5$. С какой скоростью нагревается это тело в момент времени $t = 5$ с?

7. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 (см. рис. 179).

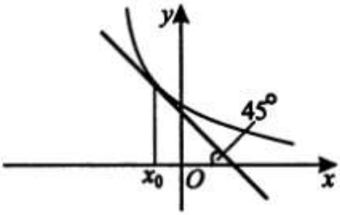

Рис. 179.

8. Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $y = \sqrt{x} + \frac{4x}{3}$ в точке с абсциссой $x_0 = 9$.

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №8

1. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 5)$. На рисунке 180 (с. 101) изображён график её производной. Найдите точку максимума функции $y = f(x)$.

2. При прямолинейном движении тела путь $S(t)$ (в метрах) изменяется по закону $S(t) = 5t^3 - 15t^2 + 12$. В какой момент времени t (в сек) ускорение тела будет равно нулю?

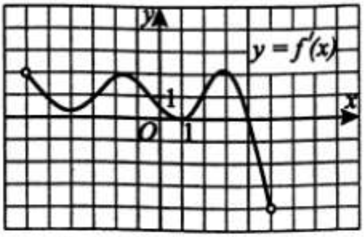

Рис. 180.

3. Пусть касательные, проведённые к графику функции $y = \dfrac{1}{x-3}$ в точках x_1 и x_2, параллельны. Найдите, чему равно x_2, если $x_1 = 1$.

4. Дана функция $y = 2x^3 - 54x + 4$. Найдите расстояние между абсциссами точек графика этой функции, касательные в которых параллельны прямой $y = 12$.

5. На рисунке 181 изображены прямые, являющиеся касательными к графику функции $y = f(x)$ в точках x_0, x_1, x_2, x_3. Определите количество положительных чисел среди значений производной $y = f'(x)$ в точках x_0, x_1, x_2, x_3.

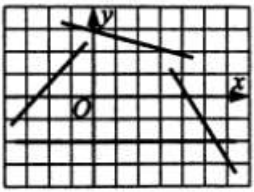

Рис. 181.

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

6. При движении тела по прямой от начальной точки M путь $S(t)$ (в метрах) изменяется по закону $S(t) = \dfrac{5t+1}{t+2}$ (t — время в секундах). Найдите скорость (в м/с) в момент $t = 4$ с.

7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-7; 7]$. На рисунке 182 (с. 102) изображён график её производной. Найдите сумму всех целых значений x из промежутков возрастания функции $f(x)$.

8. Пусть касательная, проведённая в точке $M(1; -2)$, параллельна прямой $6x - 3y + 4 = 0$. Найдите $f'(1)$.

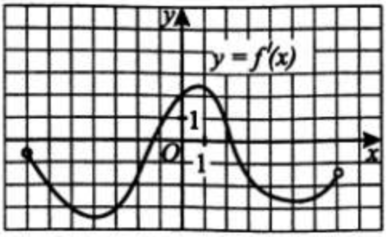

Рис. 182.

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №9

1. К графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$ проведена касательная. Определите угловой коэффициент касательной, если на рисунке 183 изображён график производной данной функции.

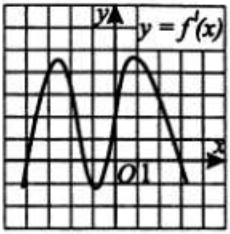

Рис. 183.

2. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $S(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2 - 3t + 7$. Найдите максимальную скорость движения этой точки.

3. Тело движется по прямой по закону $S(t) = 2t^3 + 4t^2 - 5t + 10$. Какую скорость (в м/с) приобретёт тело в момент, когда его ускорение станет равным 20 м/с^2?

4. К графику функции $f(x) = 3x^2 + 5x - 15$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{1}{6}$ проведена касательная. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox.

5. При движении тела по прямой расстояние $S(t)$ в метрах от начальной точки M изменяется по закону $S(t) = 3t^3 + 2t^2 + 4t + 5$ (t — время в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенное ускорение тела будет равно 58 м/с^2?

6. На рисунке 184 изображён график функции, заданной на промежутке $[-1; 8]$. Укажите абсциссу точки графика функции, в которой тангенс угла наклона касательной в этой точке к оси абсцисс равен 0.

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной.

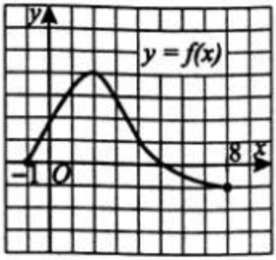

Рис. 184.

7. Тело движется по прямой так, что его скорость v (в метрах в секунду) изменяется по закону $v(t) = t^2 - 8t + 5$. Какую скорость (в м/с) приобретёт тело в момент, когда его ускорение станет равным 12 м/с^2?

8. Найдите сумму абсцисс точек, в которых проведены касательные к графику функции $y = \frac{x-2}{x+4}$, имеющие угловой коэффициент $\frac{6}{25}$.

Производная функции.

Физический и геометрический смысл производной.

Вариант №10

1. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox, проведённой к графику функции $y = x(x-2)$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

1) 8 2) 6 3) 4 4) 0

2. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 12t^2 + 7t + 13$. Найти максимальную скорость движения точки.

3. Тело движется по прямой так, что его скорость v (в метрах в секунду) изменяется по закону $v(t) = 3t^2 + 4t + 1$. Какую скорость (в м/с) приобретёт тело в момент, когда его ускорение станет равным 10 м/с^2?

4. Найдите тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox, проведённой к графику функции $f(x) = 2x^4 + 5x^2 - 3$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

5. Точка совершает прямолинейные колебания по закону $x(t) = 12\sin(5t+8) + 7$ (см), где t измеряется в секундах. Найдите максимальное ускорение (в см/с^2) точки.

6. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-3; 6]$. На рисунке 185 изображён график её производной. Найдите, в какой точке функция принимает наименьшее значение.

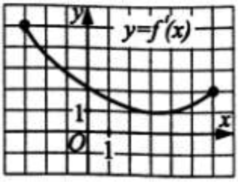

Рис. 185.

7. Для того, чтобы добраться от деревни до города, нужно проехать путь $S(t) = t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 6t$. Мгновенная скорость мотоциклиста на определённом отрезке этого пути в какой-то момент времени была равна 10 км/ч. Определите, в какой момент времени у мотоциклиста была такая скорость.

8. Прямая $y = x - 2$ касается графика функции $y = f(x)$ в точке $x_0 = -1$. Найдите $f(-1)$.

Производная функции.
Физический и геометрический смысл производной. Ответы

№ вар.	Номер задания							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	3	2	2	3	4	1	2
2	2	3	4	1	4	2	2	4
3	4	3	2	2	1	2	4	3
4	1	3	2	2	1	2	4	3
5	1,5	6	8	45	1,5	15	5	45
6	−0,25	6,5	9	45	−1	96	3	5
7	0	5	10	6	−10	3	−1	1,5
8	4	1	5	6	1	0,25	2	2
9	4	22	9	6	3	2	25	−8
10	6	151	8	−18	300	−3	1	−3