Вариант №1

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 2x^3 - x$ в точке $x_0 = -2$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-3; 2]$. На рисунке 1 изображён график её производной. Определите наибольшую длину промежутка, на котором касательная к графику функции имеет отрицательный угловой коэффициент.

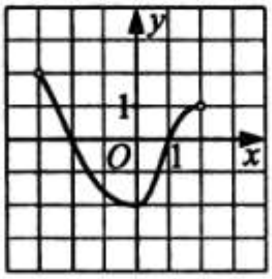

Рис. 1.

3. На рисунке 2 изображён график производной функции $y = g(x)$, которая определена на отрезке $[-4; 4]$. Определите длину наибольшего промежутка, на котором тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = g(x)$ принимает положительные значения.

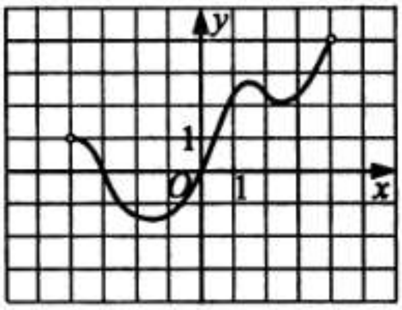

Рис. 2.

4. Найдите угол (в градусах), образованный положительным направлением оси абсцисс и касательной к графику функции $y = 3e^x - 2x$ в точке $x_0 = 0$.

5. На рисунке 3 изображена прямая, которая является касательной к графику функции $y = h(x)$ в точке x_0. Определите $h'(x_0)$.

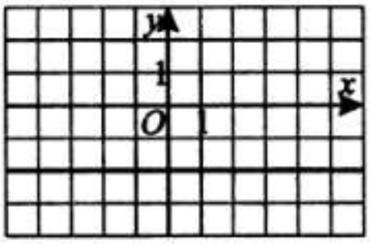

Рис. 3.

6. На рисунке 4 изображён график производной функции $y = f(x)$ на промежутке $(-3; 4)$. Определите количество касательных к графику функции $y = f(x)$, угловой коэффициент которых равен 1.

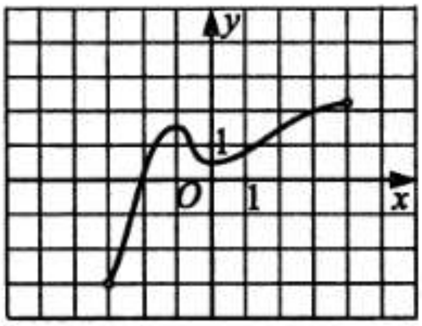

Рис. 4.

7. Касательная к графику функции $y = \ln x + x$ параллельна прямой $y = 2x - 3$. Определите абсциссу точки касания.

8. Под каким углом пересекаются касательные к графикам функций $y = \cos x$ в точке $x_0 = \frac{3\pi}{2}$ и $y = -\sqrt{3}\cos x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$? Ответ запишите в градусах.

Вариант №2

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^2 + 2x$ в точке $x_0 = 3$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-4;\ 4]$. На рисунке 5 изображён график её производной. Определите длину промежутка, на котором касательная к графику функции $y = f(x)$ имеет положительный угловой коэффициент.

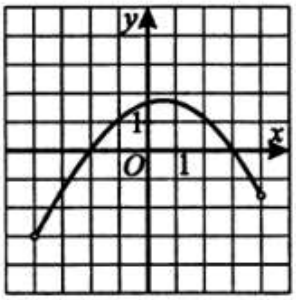

Рис. 5.

3. Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[-4;\ 5]$. На рисунке 6 изображён график её производной. Определите длину наибольшего промежутка, на котором тангенс угла наклона касательной к графику $y = f(x)$ принимает положительные значения.

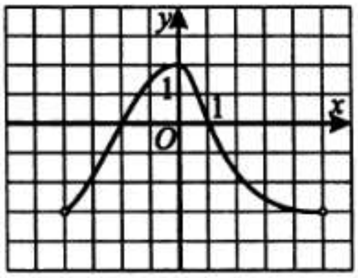

Рис. 6.

4. Найдите угол (в градусах), образованный осью абсцисс и касательной к графику функции $y = 3x^4 - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{7}{4}$ в точке $x_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

5. На рисунке 7 изображена прямая, которая является касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0. Определите $f'(x_0)$.

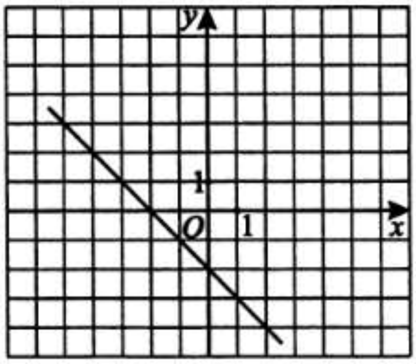

Рис. 7.

6. На рисунке 8 изображён график производной функции $y = f(x)$ на отрезке $[-4;\ 4]$. Определите количество касательных к графику функции $y = f(x)$, угловой коэффициент которых равен -2.

7. Касательная к графику функции $y = \frac{1}{x^2}$ параллельна прямой $y = -2x + 4$. Определите абсциссу точки касания.

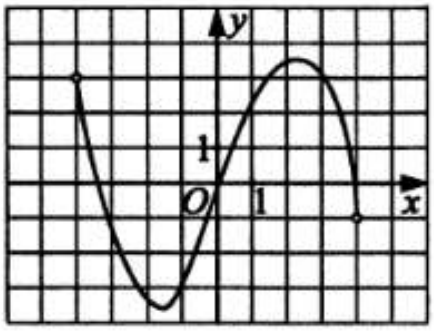

Рис. 8.

8. Под каким углом (в градусах) пересекаются касательные к графикам функций $y = \frac{3x+3}{x}$ в точке $x_0 = 2$ и $y = \frac{x^3+3}{9}$ в точке $x_0 = -2$?

Вариант №3

1. Прямая, проходящая через начало координат и точку $A(1;3)$, касается графика функции $y=f(x)$ в точке $x_0=5$. Найдите $f'(x_0)$.

2. Касательная к графику функции $y=3x^2-5x$ параллельна прямой $y=7x-2$. Найдите абсциссу точки касания.

3. На рисунке 9 изображён график производной функции $y=f(x)$, определённой на промежутке $(-5;3)$. Найдите число касательных к графику функции, параллельных оси абсцисс.

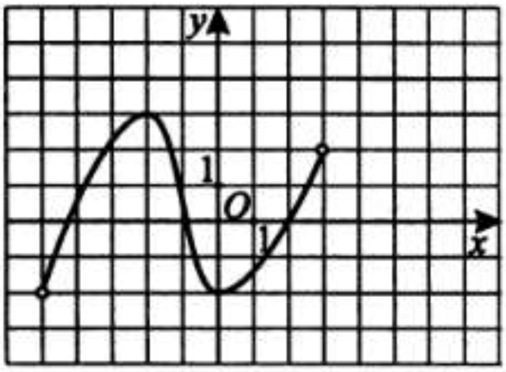

Рис. 9.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y=x\ln x$ в точке $x_0=e$.

5. Укажите градусную меру угла, образованного положительным направлением оси абсцисс и касательной к графику функции $y=x+\sin 3x$ в точке $x_0=\frac{\pi}{2}$.

6. Функция $y=g(x)$ определена на промежутке $[-4;4]$. На рисунке 10 изображён график её производной. Определите наибольшую длину промежутка, на котором касательная к графику функции имеет отрицательный угловой коэффициент.

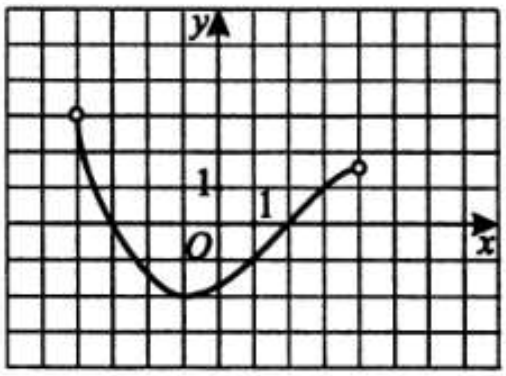

Рис. 10.

7. Укажите длину промежутка, на котором касательная к графику функции $y = f(x)$ образует острый угол с положительным направлением оси Ox, если график производной этой функции, определённой на промежутке $(-2; 5)$, изображён на рисунке 11.

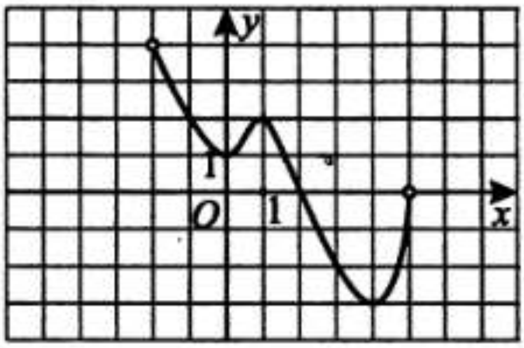

Рис. 11.

8. Найдите тангенс угла между касательными к графикам функций

$y = \cos x$ и $y = \left(2x - x^2 + 1\right)\dfrac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}}$, которые проведены в точке пересечения графиков.

Вариант №4

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^4 - 2x^3 + 3x - 13$ в точке $x_0 = -1$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 9)$. На рисунке 12 изображён график её производной. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции имеет наибольший угловой коэффициент.

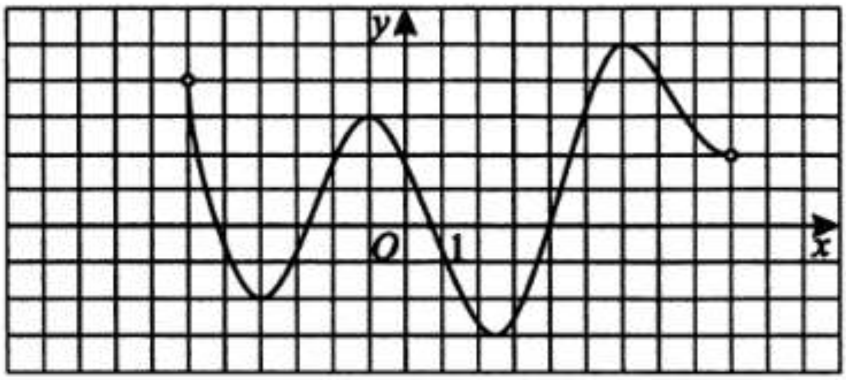

Рис. 12.

3. Функция $y = f(x)$ задана своим графиком на промежутке $[-6; 12]$ (см. рис. 13). Укажите абсциссу точки графика (или сумму абсцисс, если их несколько), в которой тангенс угла наклона касательной равен 0.

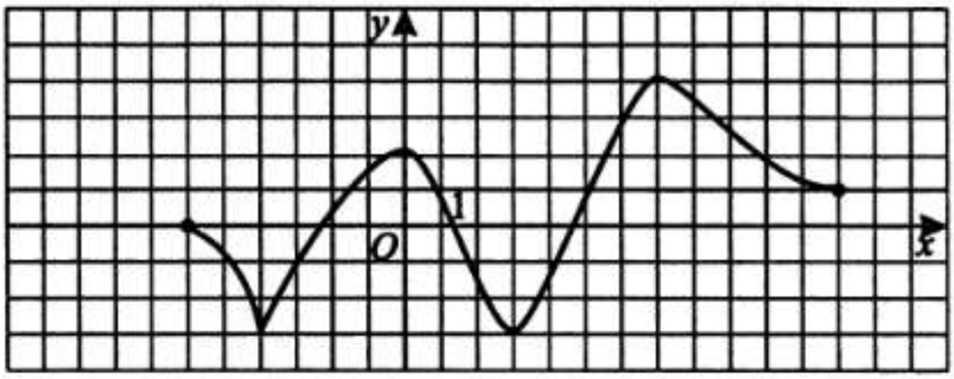

Рис. 13.

4. Найдите сумму тангенсов углов наклона касательной к параболе $y = 16 - x^2$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

5. Касательные к графику функции $y = f(x)$ в некоторых четырёх точках с абсциссами x_1, x_2, x_3, x_4 изображены на рисунке 14. Определите количество положительных чисел среди значений производной $y = f'(x)$ в этих точках.

6. На рисунке 15 изображена касательная к графику нечётной функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$. Найдите значение $y = f'(x_0)$.

7. Прямая $y = 3 - 2x$ является касательной к графику функции $y = x^2$. Укажите абсциссу точки касания.

8. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На рисунке 16 изображён график её производной. Укажите количество точек максимума функции $y = f(x) - 2x$ на промежутке $(a; b)$.

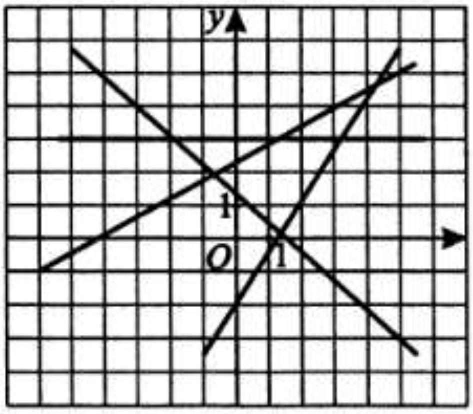

Рис. 14.

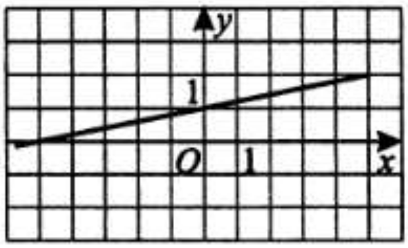

Рис. 15.

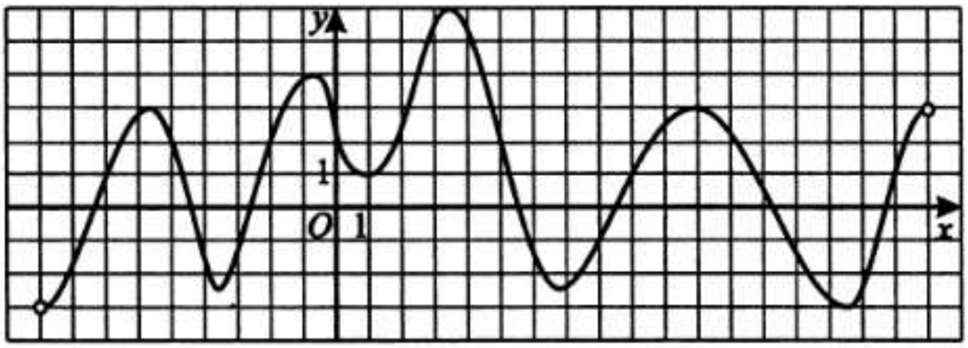

Рис. 16.

Вариант №5

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 4x^3 + x + 7$ в точке $x_0 = -1$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-2;\ 3]$. На рисунке 17 изображён график её производной. Определите наибольшую длину промежутка, на котором касательная к графику функции имеет положительный угловой коэффициент.

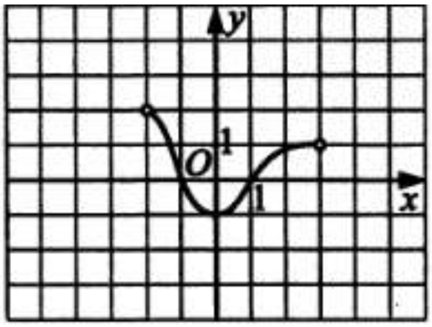

Рис. 17.

3. На рисунке 18 изображён график производной функции $y = g(x)$, которая определена на интервале $(-3;\ 4)$. Определите длину наибольшего промежутка, на котором тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = g(x)$ принимает отрицательные значения.

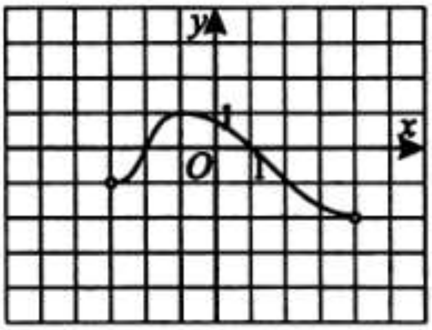

Рис. 18.

4. Найдите угол (в градусах), образованный с положительным направлением оси Ox и касательной к графику функции $y = 2e^x - 3x$ в точке $x_0 = 0$.

5. Прямая, изображённая на рисунке 19, является графиком производной некоторого квадратного трёхчлена. Найдите абсциссу вершины этой параболы.

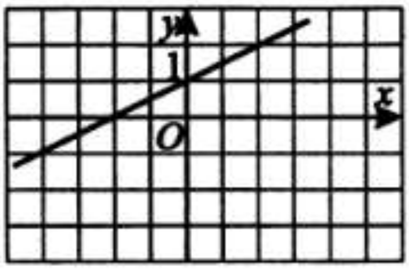

Рис. 19.

6. Парабола, изображённая на рисунке 20, является графиком производной функции $y = f(x)$. Сколько точек экстремума имеет функция $y = f(x)$?

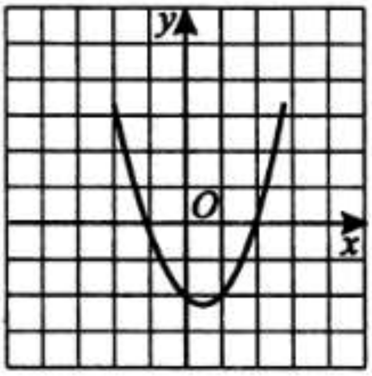

Рис. 20.

7. К параболе $y = 2x^2 - 5x + 3$ через начало координат проведены две касательные с угловыми коэффициентами k_1 и k_2. Найдите произведение $k_1 \cdot k_2$.

8. Прямая, изображённая на рисунке 21, является графиком производной функции $y = f(x)$. Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

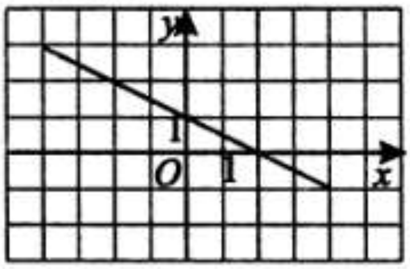

Рис. 21.

Вариант №6

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^6 - 2x^5 + 3x^4 + x^2 + 4x + 5$ в точке $x_0 = -1$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 6]$. На рисунке 22 изображён график её производной. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции имеет наибольший угловой коэффициент.

3. Функция $y = f(x)$ задана своим графиком на промежутке $[-8; 4]$ (рис. 23). Укажите абсциссу точки графика (или сумму абсцисс, если их несколько), в которой тангенс угла наклона касательной равен 0.

4. Найдите сумму тангенсов углов наклона касательных к параболе $y = x^2 - 2x - 3$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

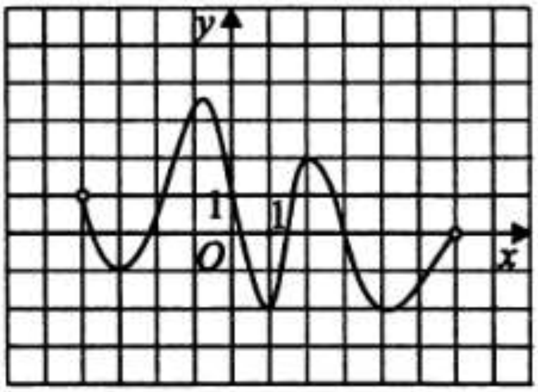

Рис. 22.

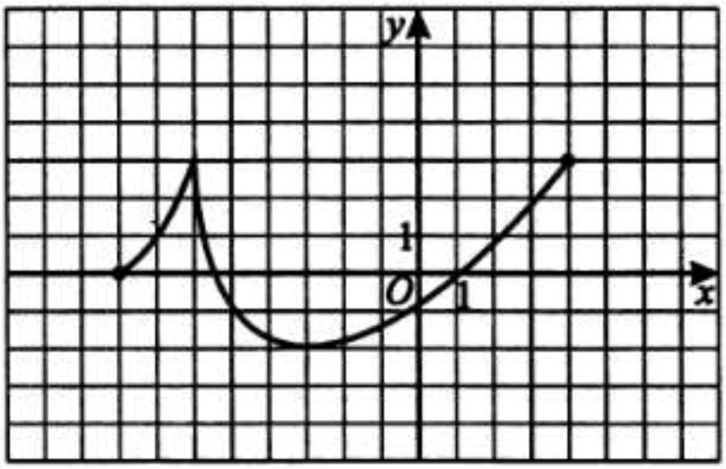

Рис. 23.

5. На рисунке 24 изображены прямые, которые являются касательными к графику функции $y = f(x)$ в точках с абсциссами x_1, x_2, x_3, x_4. Определите количество неотрицательных чисел среди значений производной $y = f'(x)$ в этих точках.

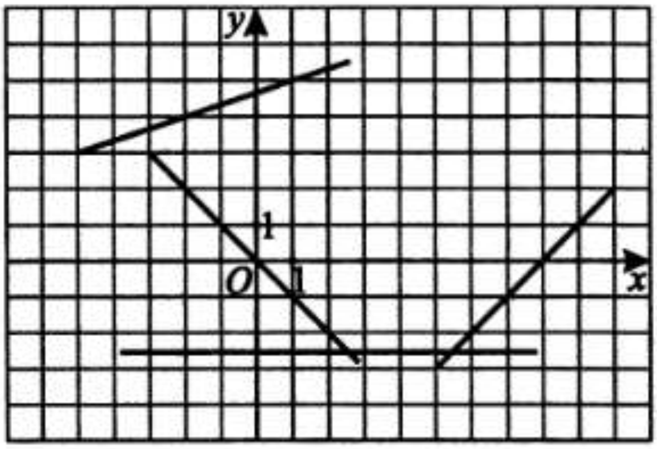

Рис. 24.

6. На рисунке 25 изображена прямая, являющаяся касательной к графику нечётной функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке $-x_0$.

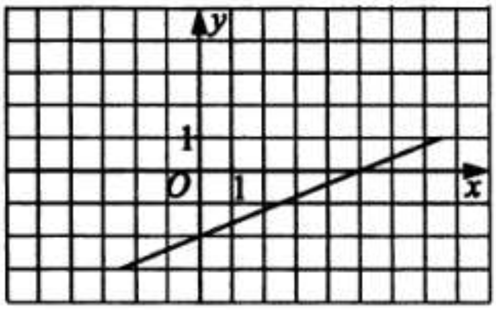

Рис. 25.

7. Касательная к графику функции $f(x) = -2x - \frac{1}{6x^3}$ параллельна прямой $y = 6x$. Найдите $f'(x_0)$, где $x_0 < 0$.

8. Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[-10; 9]$. На рисунке 26 изображён график её производной. Укажите число точек максимума функции $y = f(x) + 2x$ на промежутке $(-10; 9)$.

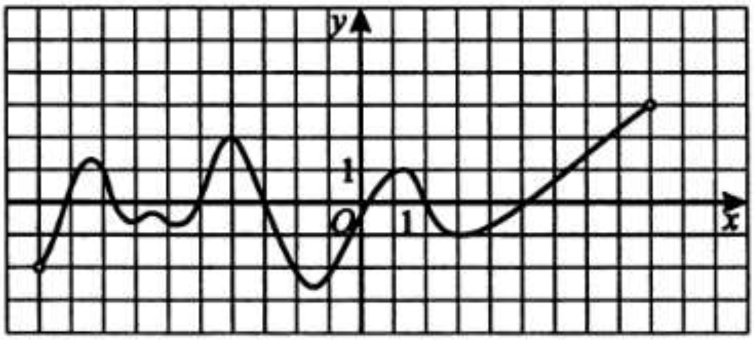

Рис. 26.

Вариант №7

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^5 + 2x^4 + x^3 + 12$ в точке $x_0 = 1$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 3)$. На рисунке 27 изображён график её производной. Укажите абсциссу точки, в которой угловой коэффициент касательной к графику функции наименьший.

3. Функция $y = f(x)$ задана своим графиком на промежутке $[a; b]$ (см. рис. 28). Укажите абсциссу точки графика (или сумму абсцисс, если их несколько), в которой тангенс угла наклона касательной равен нулю.

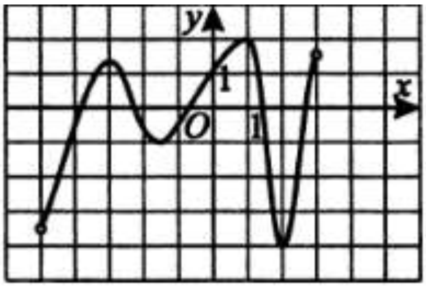

Рис. 27.

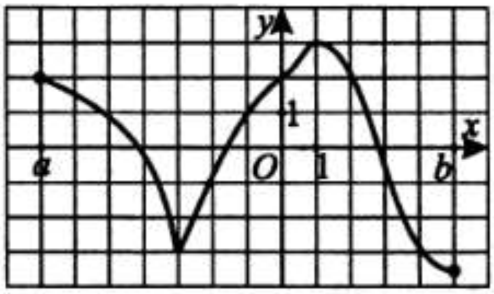

Рис. 28.

4. Найдите сумму тангенсов углов наклона касательных к параболе $y = x^2 - 9$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

5. На рисунке 29 изображены прямые, которые являются касательными к графику функции $y = f(x)$ в некоторых точках с абсциссами x_1, x_2, x_3, x_4. Определите количество отрицательных чисел среди значений производной $y = f'(x)$ в этих точках.

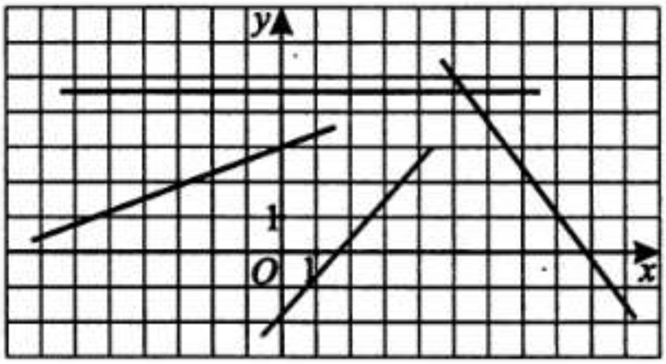

Рис. 29.

6. На рисунке 30 изображена прямая, являющаяся касательной к графику чётной функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке $-x_0$.

7. Касательная к графику функции $f(x) = x + \frac{1}{x}$ параллельна прямой $y = -3x$. Найдите $f'(x_0)$, где $x_0 > 0$.

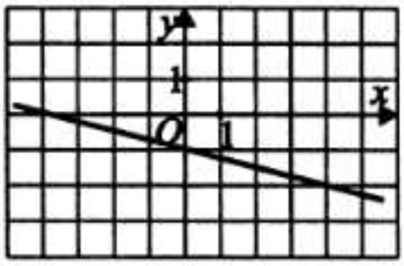

Рис. 30.

8. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-11; 10)$. На рисунке 31 изображён график её производной. Укажите число точек минимума функции $y = f(x) + x$ на этом промежутке.

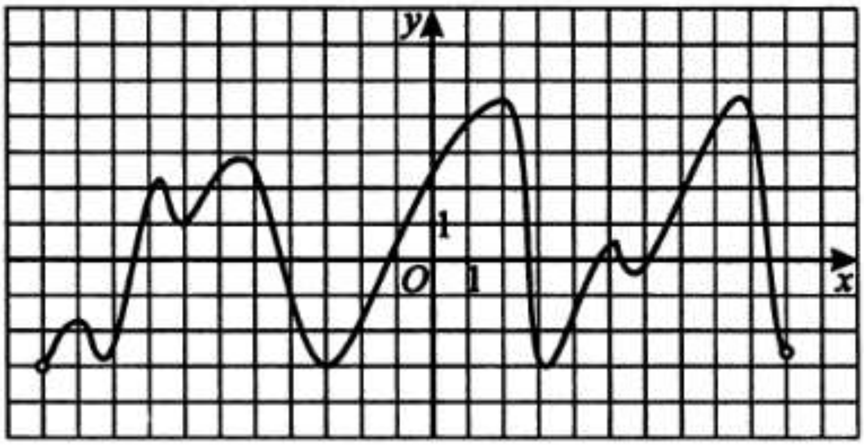

Рис. 31.

Вариант №8

1. Найдите угловой коэффициент касательной к параболе $y = x^2 - 7x + 10$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-4; 4]$. На рисунке 32 изображён график её производной. Укажите длину наибольшего промежутка, на котором функция $y = f(x)$ возрастает.

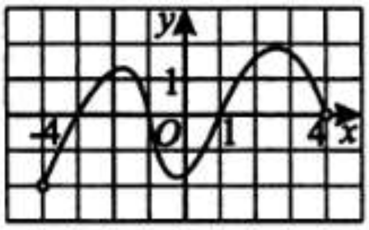

Рис. 32.

3. Функция задана графиком на промежутке $[-5; 5]$ (см. рис. 33). Укажите абсциссу точки графика (или сумму абсцисс точек, если таких точек несколько), в которой тангенс угла наклона касательной равен нулю.

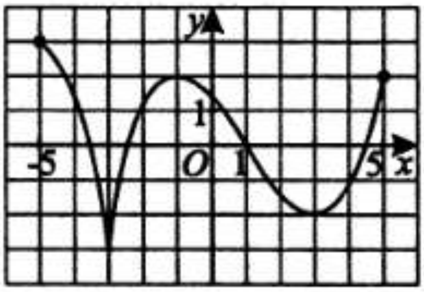

Рис. 33.

4. Найдите сумму угловых коэффициентов касательных к параболе $y = x^2 - 5x + 6$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

5. На рисунке 34 изображена прямая, являющаяся касательной к графику нечётной функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ при $x = -x_0$.

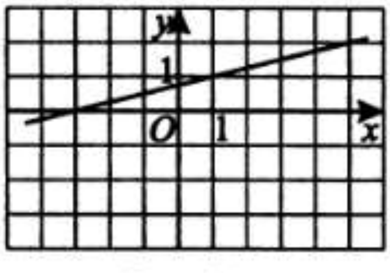

Рис. 34.

6. Уравнение касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$ имеет вид: $y = kx + b$. Найдите отношение $\frac{b}{k}$.

7. Касательные, проведённые к графику функции $y = \frac{5x+2}{3x+4}$ в точках с абсциссами x_1 и x_2, параллельны. Известно, что $x_1 = \frac{1}{3}$. Найдите x_2.

8. На оси Oy взята точка A, из неё проведены две касательные к графику функции $y = x^2 - 5$. Эти касательные образуют между собой угол, равный 90°. Найдите ординату точки A.

Вариант №9

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^3 - 2x + 4$ в точке $x_0 = -1$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-5;\ 3]$. На рисунке 35 изображён график её производной. Укажите наибольшую длину промежутка, на котором касательная к графику функции $y = f(x)$ образует с положительным направлением оси Ox угол $0 \leqslant \alpha \leqslant 45°$.

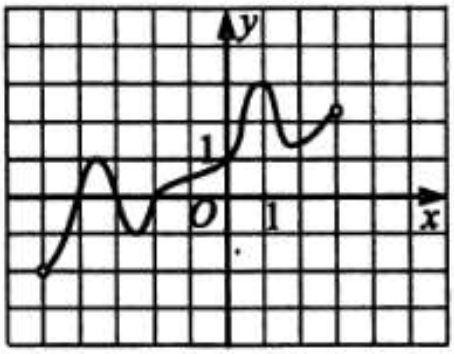

Рис. 35.

3. Функция задана своим графиком на промежутке $[-4;\ 4]$ (см. рис. 36). Укажите количество абсцисс точек графика функции, в которых тангенс угла наклона касательной к оси Ox равен $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

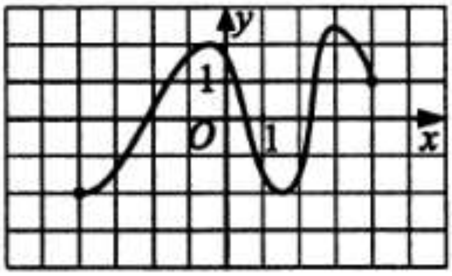

Рис. 36.

4. Найдите сумму угловых коэффициентов касательных к кривой $y = \dfrac{x^2 - x - 2}{x^3}$ в точках пересечения её с осью Ox.

5. На рисунке 37 изображена прямая, которая является касательной к графику нечётной функции в точке $x = 1$. Найдите значение производной этой функции в точке $x = -1$.

6. Касательная к графику функции имеет вид: $y = kx + b$. Найдите значение b, если касательная проведена к кривой $y = x^4 - 4x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

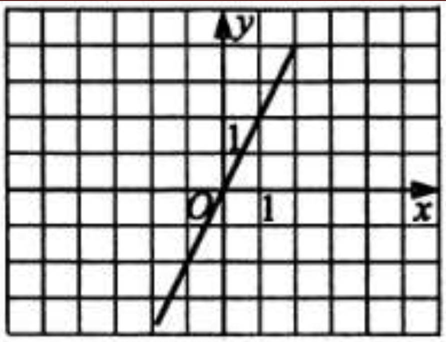

Рис. 37.

7. К графику функции $y = f(x)$ (см. рис. 36) проведена касательная в точке $x_0 = 3$. Определите, сколько существует касательных к графику этой функции (кроме указанной) с тем же угловым коэффициентом.

8. К параболе $y = x^2 - 2x$ в точке $x_0 = \frac{3}{2}$ проведена касательная. Найдите координаты точки $(x_1;\ y_1)$, лежащей на параболе, касательная в которой перпендикулярна первой касательной. В ответе укажите значение выражения $4(x_1 + y_1)$.

Вариант №10

1. Найдите угловой коэффициент касательной к параболе $y = x^2 - 4x + 4$ в точке $x_0 = 3$.

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-4; 4]$. На рисунке 38 изображён график её производной. Назовите наибольшую длину промежутка, на котором касательная к графику функции образует с положительным направлением оси Ox угол больше $45°$.

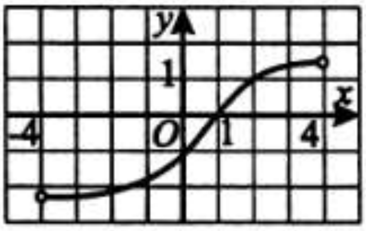

Рис. 38.

3. Функция задана своим графиком на промежутке $[-5; 5]$ (см. рис. 39). Укажите абсциссу точки графика (или сумму абсцисс, если таких точек несколько), в которой тангенс угла наклона касательной равен нулю.

4. Найдите сумму угловых коэффициентов касательных к параболе $y = x^2 - 4$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

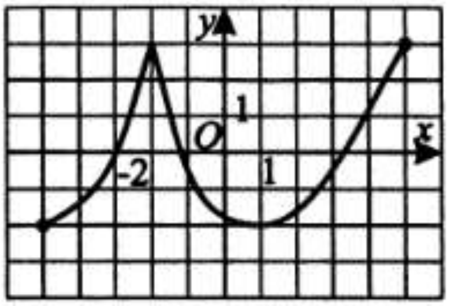

Рис. 39.

5. На рисунке 40 изображена прямая, являющаяся касательной к графику чётной функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке $-x_0$.

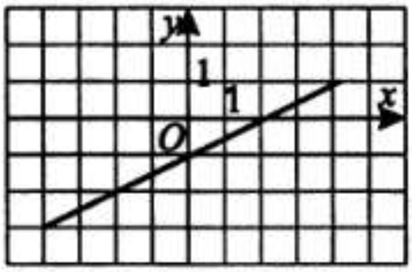

Рис. 40.

6. Уравнение касательной имеет вид: $y = kx + b$. Найдите b, если эта касательная проведена к графику функции $y = x^2 + 3x$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

7. Касательные, проведённые к графику функции $y = \dfrac{3x - 1}{x + 8}$ в точках x_1 и x_2, параллельны, $x_1 = -3$. Найдите x_2.

8. На оси Oy взята точка A, из неё проведены две касательные к графику функции $y = 4 - 2x^2$. Эти касательные образуют между собой угол, равный $90°$. Найдите ординату точки A.

Ответы

№ вар.	Номер задания							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	23	3	4	45	0	3	1	15
2	8	5	3	60	–1	2	1	90
3	3	2	3	2	45	5	4	2
4	–7	6	10	0	2	0,2	–1	4
5	13	2	3	135	–2	2	1	2
6	–26	–1	–3	0	3	0,4	–0,5	1
7	16	2	1	0	1	–0,25	0,5	3
8	1	3	2	0	0,25	–2	–3	–5,25
9	1	2	4	3,375	2	–1	2	–1
10	2	5	1	0	0,5	–4	–13	4,125