

Вариант 1

Часть 1

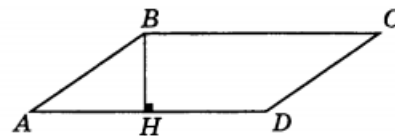
1. В ромбе $ABCD$ проведена большая диагональ AC . Определите вид треугольника ABC .
 1. Остроугольный;
 2. прямоугольный;
 3. тупоугольный;
 4. определить невозможно.
2. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Определите вид треугольника AOD .
 1. Разносторонний;
 2. равносторонний;
 3. равнобедренный;
 4. определить невозможно.
3. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведена высота BM к стороне CD , а из вершины острого угла A проведена высота AN к стороне BC . Определите взаимное расположение прямых BM и AN .
 1. Перпендикулярны;
 2. пересекаются, но не перпендикулярны;
 3. параллельны;
 4. определить невозможно.
4. В параллелограмме $ABCD$ углы BAC и CDB равны. Определите вид параллелограмма $ABCD$, если стороны AB и AD равны.
 1. Прямоугольник, отличный от квадрата;
 2. ромб, отличный от квадрата;
 3. квадрат;
 4. определить невозможно.
5. Определите, сколько решений имеет задача. Решать задачу не надо.
Постройте равнобедренную трапецию, если ее боковая сторона равна 4 см, диагональ 6 см, а одно из оснований равно 10 см.
 1. Одно;
 2. два;
 3. три;
 4. решения нет.

Часть 2

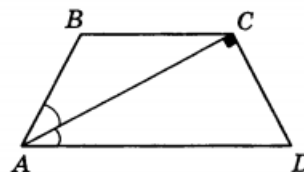
6. Сколько сторон имеет выпуклый n -угольник, если сумма его внутренних углов равна 1620° ?

7. Сколько вершин имеет правильный многоугольник, если каждый из его внешних углов равен 24° ?

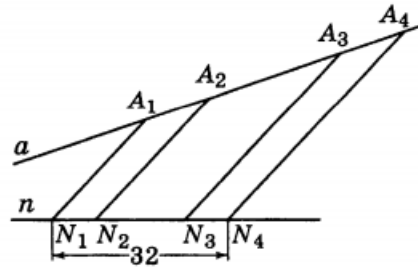
8. В параллелограмме $ABCD$ высота BH в два раза меньше стороны CD . Найдите градусную меру угла ABC .



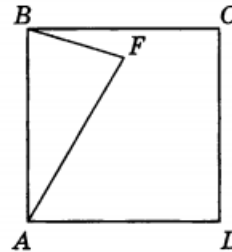
9. В равнобедренной трапеции с большим основанием AD диагональ AC перпендикулярна боковой стороне CD и является биссектрисой угла BAD . Найдите угол DAB .



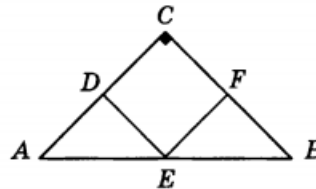
10. Параллельные прямые A_1N_1 , A_2N_2 , A_3N_3 и A_4N_4 пересекают прямые a и n . Известно, что $A_1A_2 : A_2A_3 : A_3A_4 = 1 : 2 : 1$. Отрезок N_1N_4 равен 32 см. Найдите длину отрезка N_1N_3 .



11. Внутри квадрата, сторона которого равна 1 см, отмечена такая точка F , что угол AFB равен 75° , а угол FAD — 60° . Найдите длину отрезка AF .

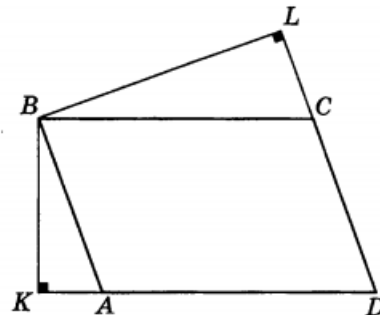


12. В равнобедренный прямоугольный треугольник ABC ($\angle C$ — прямой) вписан квадрат $DCFЕ$, имеющий с ним общий прямой угол, а вершина противоположного угла лежит на гипотенузе AB . Найдите катет треугольника, если периметр квадрата равен 18 см.

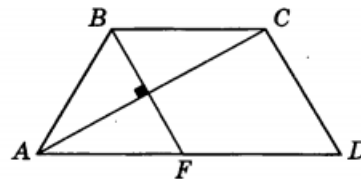


Часть 3

13. Угол между высотами параллелограмма, проведенными из вершины его острого угла, в 4 раза больше этого угла. Найдите острый угол параллелограмма.



14. В трапеции $ABCD$ стороны AB и CD равны. Биссектриса тупого угла B перпендикулярна диагонали AC и отсекает от данной трапеции параллелограмм $FBCD$. Найдите угол BCD .



15. На продолжении стороны AC равностороннего треугольника ABC взята точка D так, что разность расстояний от нее до сторон AB и BC равна 4 см. Найдите высоту треугольника, проведенную из вершины C .

Вариант 2

Часть 1

1. В ромбе $ABCD$ проведена диагональ BD , которая равна стороне ромба. Определите вид треугольника ABD .

1. Разносторонний;
2. равносторонний;
3. равнобедренный;
4. определить невозможно.

2. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O и образуют угол AOD , равный 120° . Определите вид треугольника AOB .

1. Остроугольный;
2. прямоугольный;
3. тупоугольный;
4. определить невозможно.

3. В ромбе $ABCD$ из вершины тупого угла B проведена высота BM к стороне CD , а из вершины острого угла A проведена высота AN к стороне BC . Определите взаимное расположение прямых BM и AN .

1. Перпендикулярны;
2. пересекаются, но не перпендикулярны;
3. параллельны;
4. определить невозможно.

4. В параллелограмме $ABCD$ углы BAC и CDB равны. Определите вид параллелограмма $ABCD$, если стороны AB и AD равны.

1. Прямоугольник, отличный от квадрата;
2. ромб, отличный от квадрата;
3. квадрат;
4. определить невозможно.

5. Определите, сколько решений имеет задача. Решать задачу не надо.

Постройте равнобедренную трапецию, если одно из ее оснований равно 7 см, боковая сторона равна 5 см, а один из углов равен 60° .

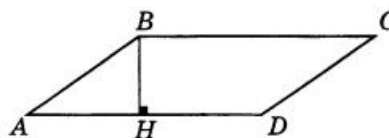
1. Одно;
2. два;
3. три;
4. решения нет.

Часть 2

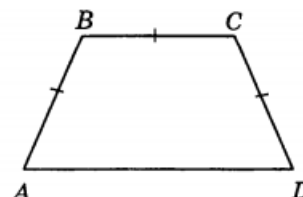
6. Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если каждый из его внутренних углов равен 165° ?

7. В выпуклом тридцатиугольнике все внутренние углы равны. Найдите градусную меру внутреннего угла.

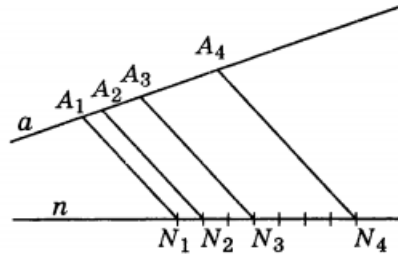
8. Высота BH параллелограмма $ABCD$ отсекает от него равнобедренный треугольник. Найдите градусную меру угла ADC .



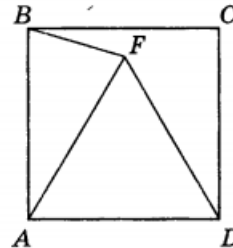
9. В трапеции $ABCD$ стороны AB , BC и CD равны. Основание AD в два раза больше основания BC . Найдите угол CDA .



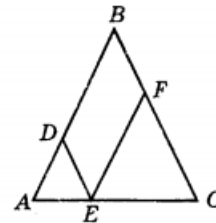
10. Параллельные прямые A_1N_1 , A_2N_2 , A_3N_3 и A_4N_4 пересекают прямые a и n . Известно, что $N_1N_2 : N_2N_3 : N_3N_4 = 1 : 2 : 4$. Отрезок A_1A_2 равен 7 см. Найдите длину отрезка A_3A_4 .



11. Внутри квадрата отмечена такая точка F , что треугольник AFD — равносторонний. Найдите угол FBC .

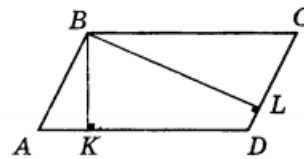


12. В равнобедренный треугольник ABC вписан параллелограмм $DBFE$ так, что угол параллелограмма DBF совпадает с углом при вершине треугольника ABC , а вершина противоположного угла лежит на основании AC . Найдите боковую сторону треугольника, если периметр параллелограмма равен 16 см.

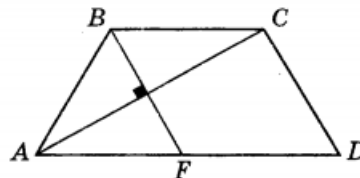


Часть 3

13. Угол между высотами BL и BK параллелограмма $ABCD$, проведенными из вершины тупого угла, в 3 раза меньше этого угла. Найдите градусную меру угла BAD .



14. В трапеции $ABCD$ стороны AB и CD равны. Биссектриса тупого угла B перпендикулярна диагонали AC и отсекает от данной трапеции параллелограмм $FBCD$. Найдите сторону BC , если периметр трапеции равен 30 см.



15. На основании AC равнобедренного треугольника ABC взята точка D так, что сумма расстояний от нее до сторон AB и BC равна 12 см. Найдите высоту треугольника, проведенную из вершины C .

Ответы и решения.

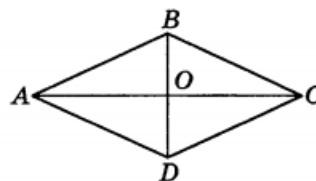
Вариант 1

Часть 1

1. Ответ: 3.

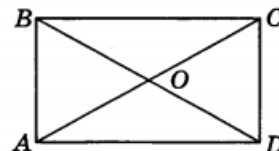
Решение. Пусть в ромбе $ABCD$ угол ABC равен β и угол DAB равен α . Треугольник ABO — прямоугольный по свойству диагоналей ромба, при этом $\angle ABO = \frac{\beta}{2}$, а $\angle BAO = \frac{\alpha}{2}$. По условию $AC > BD$, значит, $\angle ABO > \angle BAO$, так как в треугольнике против большей стороны лежит больший угол, т. е.

$\frac{\beta}{2} > \frac{\alpha}{2}$. По свойству углов параллелограмма $\alpha + \beta = 180^\circ$ (сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, равна 180°), а это значит, что один из углов острый, а другой — тупой, из соотношения $\frac{\beta}{2} > \frac{\alpha}{2}$ следует, что $\beta > \alpha$. Значит, угол ABC , равный β , тупой. Следовательно, треугольник ABC — тупоугольный.



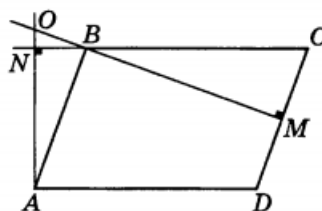
2. Ответ: 3.

Решение. По свойству диагоналей прямоугольника $AC = BD$, значит, $AO = OD$. Следовательно, треугольник AOD — равнобедренный.



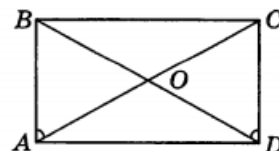
3. Ответ: 2.

Решение. Треугольники NOB и MCB — прямоугольные, так как по условию $BM \perp CD$ и $AN \perp BC$ и у них $\angle NBO = \angle MBC$ как вертикальные, следовательно, по теореме о сумме углов треугольника $\angle NOB = \angle MCB$. Отсюда, прямые BM и AN пересекаются, но не перпендикулярны.



4. Ответ: 1.

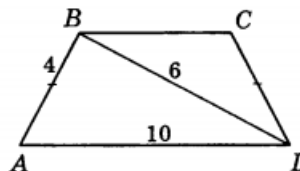
Решение. Так как $ABCD$ — параллелограмм, то углы ABD и CDB равны как накрест лежащие при параллельных прямых AB и CD и секущей BD , а углы BAC и CDB равны по условию, следовательно, углы ABD и BAC равны. Значит, треугольник ABO — равнобедренный и $AO = BO$, отсюда, диагонали AC и CB равны, следовательно, параллелограмм $ABCD$ — прямоугольник, а так как AB и AD равны, то — квадрат.



5. Ответ: 4.

Анализируем условие задачи:

Предположим, трапеция $ABCD$ — искомая. Тогда, если основание $AD = 10$ см, диагональ $DB = 6$ см, а сторона $AB = 4$ см, то в треугольнике ABD сторона AD равна сумме сторон AB и DB . Так как стороны треугольника ABD не удовлетворяют неравенству треугольника, то такой треугольник не существует. Следовательно, построить трапецию по данным условия задачи нельзя, т. е. решения нет.



Часть 2

6. Ответ: 11.

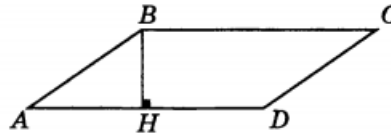
Решение. По формуле суммы всех углов выпуклого многоугольника $(n - 2)180^\circ = 1620^\circ$. Отсюда $n = 11$.

7. Ответ: 15.

Решение. Сумма всех углов выпуклого многоугольника равна $(n - 2)180^\circ$. Внешний и внутренний углы многоугольника при одной вершине являются смежными углами и в сумме равны 180° . Поэтому сумма внешних углов выпуклого многоугольника, взятых по одному при каждой вершине, равна $n180^\circ - (n - 2)180^\circ = 360^\circ$. Следовательно, данный многоугольник имеет $360 : 24 = 15$ вершин.

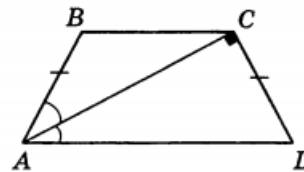
8. Ответ: 150.

Решение. Треугольник ABH — прямоугольный, по условию BH — высота параллелограмма $ABCD$. Катет BH в два раза меньше гипотенузы AB (по свойству параллелограмма $AB = CD$), значит, угол, противолежащий катету BH , равен 30° . В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180° , значит, $\angle ABC = 150^\circ$.



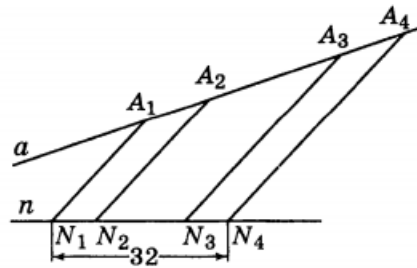
9. Ответ: 60.

Решение. В равнобокой трапеции углы при основании равны. Следовательно, $\angle A = \angle D$. Так как диагональ AC перпендикулярна CD и является биссектрисой угла A , то в прямоугольном треугольнике ACD : $\frac{1}{2}\angle A + \angle D = 90^\circ$, отсюда $\angle ADC = 60^\circ$ и $\angle DAB = \angle ADC = 60^\circ$.



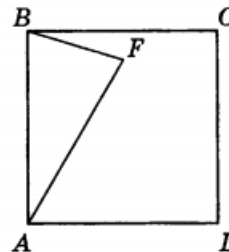
10. Ответ: 24.

Решение. Из теоремы Фалеса следует, что если параллельные прямые A_1N_1 , A_2N_2 , A_3N_3 и A_4N_4 пересекают прямые a и n при этом $A_1A_2 : A_2A_3 : A_3A_4 = 1 : 2 : 1$, то $N_1N_2 : N_2N_3 : N_3N_4 = 1 : 2 : 1$. Отрезок N_1N_4 разделен на четыре равные части, значит, одна часть равна 8 см. Отсюда N_1N_3 равен трем частям $N_1N_3 = 24$ см.



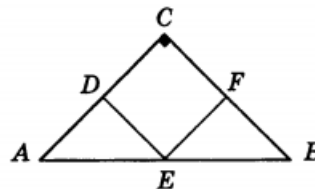
11. Ответ: 1.

Решение. Рассмотрим треугольник BAF : $\angle BAD = 90^\circ$, поскольку $ABCD$ — квадрат, значит, $\angle BAF = 30^\circ$, а по теореме о сумме углов треугольника $\angle ABF = 180^\circ - 75^\circ - 30^\circ = 75^\circ$, следовательно, треугольник BAF — равнобедренный, $AF = AB = 1$ см.



12. Ответ: 9.

Решение. Углы DEA и CBA равны как соответственные при параллельных прямых DE и BC и секущей AB . Треугольник ABC — равнобедренный, значит, $\angle CBA = \angle CAB$, т.е. $\angle DEA = \angle CAB = \angle DAE$. Следовательно, треугольник ADE — равнобедренный, откуда $AD = ED$. Аналогично доказывается, что $EF = FB$. Поэтому $P_{BDEF} = CD + DE + EF + FC = CD + AD + FC + FB = AC + BC$. Треугольник ABC — равнобедренный, значит, $AC = BC$. Отсюда $AC = BC = 9$ см.



Часть 3

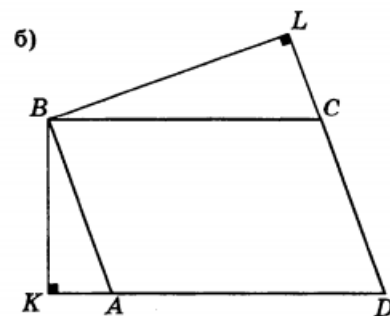
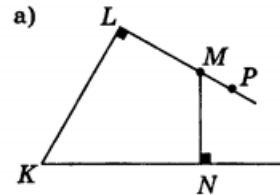
13. Ответ: 36.

Решение. Сначала докажем, что “углы с взаимно перпендикулярными сторонами либо равны, либо дополняют друг друга до 180° ” (рис. а).

Внутри угла LKN отметим точку M и опустим из нее перпендикуляры ML и MN к сторонам угла соответственно. Точка M отмечена внутри угла LKN , значит, она лежит с лучом KL в одной полуплоскости относительно прямой KN . Поэтому отрезки KL , LM и MN лежат в одной полуплоскости относительно прямой KN . Аналогично доказывается, что отрезки KL , LM и MN лежат в одной полуплоскости относительно прямой KL . Следовательно, четырехугольник $KLMN$ — выпуклый.

Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° , каждый из углов KLM и KNM равен 90° , так как ML и MN — перпендикуляры сторонам угла. Значит, углы LKN и LMN дополняют друг друга до 180° , а углы LKN и NMP равны.

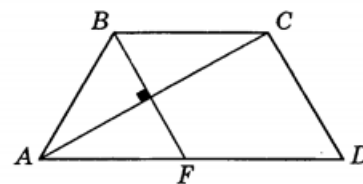
Рассмотрим параллелограмм $ABCD$ (рис. б). Углы LBK и ADC со взаимно перпендикулярными сторонами, значит, $\angle ADC$ дополняет $\angle LBK$ до 180° . По свойству углов параллелограмма $\angle ABC = \angle ADC$. Значит, $\angle LBK = 4\angle ABC$, $\angle ABC + \angle LBK = \angle ABC + 4\angle ABC = 180^\circ$, $\angle ABC = 36^\circ$.



14. Ответ: 120.

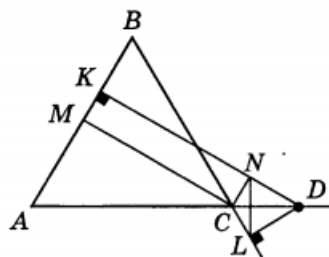
Решение. Трапеция $ABCD$ — равнобедренная, по условию стороны AB и CD равны. Так как отрезок BF — биссектриса тупого угла ABC перпендикулярна диагонали AC , то треугольник ABC — равнобедренный. Отсюда $AB = BC = CD$.

Следовательно, параллелограмм $BCDF$ — ромб, значит, $CD = BF$ и $\angle CDF = \angle FBC$. Углы AFB и FBC равны как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущей BF . Отсюда $AB = AF$, $AB = CD = BF$, значит, треугольник ABF — равносторонний и $\angle FBC = \angle AFB = 60^\circ$. Следовательно, $\angle CDF = \angle FBC = 60^\circ$, отсюда $\angle BCD = 120^\circ$.



15. Ответ: 4.

Решение. Опустим перпендикуляры DK и DL из точки D на стороны AB и BC соответственно. Через точку L проведем прямую, перпендикулярную прямой AC до пересечения с прямой DK в точке N . Углы LND и NLD треугольника LND соответственно равны углам BAC и BCA как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. По условию $\triangle ABC$ — равнобедренный с основанием AC , значит, $\angle BAC = \angle BCA$, следовательно, и углы LND и NLD треугольника LND равны. В силу признака равнобедренного треугольника $\triangle LND$ — равнобедренный с основанием LN , значит, стороны ND и LD равны. Отрезок DK равен сумме отрезков KN и ND : $DK = KN + ND = KN + LD$, откуда $KN = DK - LD$, т. е. отрезок KN является разностью расстояний от точки D до сторон AB и BC и равен 4 см.



Треугольники CND и CLD равны по двум сторонам и углу между ними, так как $ND = LD$ по доказанному, сторона CD — общая. Прямая CD является биссектрисой угла NDL , так как по построению $NL \perp CD$, т. е. является высотой равнобедренного треугольника LND , а по свойству высоты равнобедренного треугольника NL является и биссектрисой, значит, $\angle CND = \angle CLD$. Отсюда $\angle CND = \angle CLD = 90^\circ$.

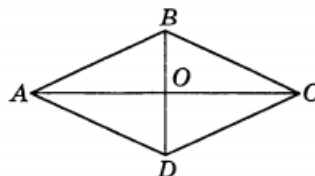
Проведем из вершины C высоту CM . Рассмотрим четырехугольник $MKNC$. Прямые CM и KN перпендикулярны к одной прямой KM , следовательно, параллельны, прямые KM и CN перпендикулярны к одной прямой KN , значит, четырехугольник $MKNC$ — прямоугольник. Отсюда $CM = KN = 4$ см.

Вариант 2

Часть 1

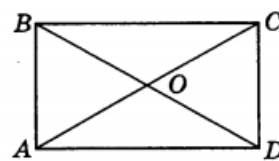
1. Ответ: 1.

Решение. Так как по условию диагональ BD равна стороне ромба, а по определению у ромба все стороны равны, то треугольник ABD — равносторонний. У равностороннего треугольника все углы равны 60° , т. е. острые. Следовательно, треугольник ABD — остроугольный.



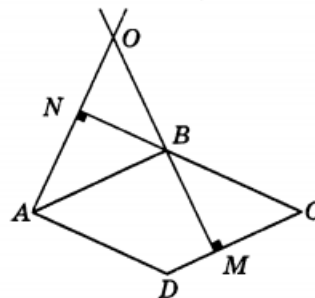
2. Ответ: 2.

Решение. По свойству диагоналей прямоугольника $AC = BD$, значит, $AO = OB$. Следовательно, треугольник AOB — равнобедренный. Углы AOB и AOD — смежные, значит, по теореме о смежных углах $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 60^\circ$. По свойству равнобедренного треугольника $\angle OAB = \angle OBA$, а из теоремы о сумме углов треугольника следует $\angle OAB = \angle OBA = \angle BOA$. Так как в треугольнике против равных сторон лежат равные углы, то треугольник AOB — равносторонний.



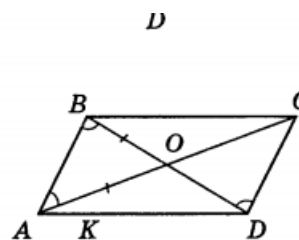
3. Ответ: 2.

Решение. Треугольники NOB и MCB — прямоугольные, так как по условию $BM \perp CD$ и $AN \perp BC$ и у них $\angle NBO = \angle MBC$, как вертикальные, следовательно, по теореме о сумме углов треугольника $\angle NOB = \angle MCB$. Отсюда прямые BM и AN пересекаются, но не перпендикулярны.



4. Ответ: 3.

Решение. В параллелограмме $ABCD$ $\angle CDB = \angle CAB$, по условию $\angle CDB = \angle DBA$ как накрест лежащие при параллельных прямых AB и CD и секущей BD . Отсюда $\angle CAB = \angle DBA$, следовательно, в треугольнике AOB : $BO = AO$. Значит, в параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и DB равны. Следовательно, параллелограмм $ABCD$ является прямоугольником. А так как соседние стороны AB и AD равны, это квадрат.

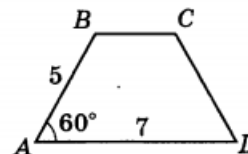


5. Ответ: 2.

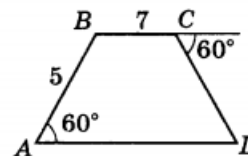
Анализируем условие задачи:

Так как в условии задачи не указано, какое из оснований дано: большее или меньшее, то возможны два варианта.

Первый. Большее основание AD равно 7 см. Построим угол BAD , равный 60° , на его сторонах отложим основание трапеции $AD = 7$ см и сторону $AB = 4$ см, затем достраиваем до трапеции.



Второй. Меньшее основание равно 7 см. Построим угол BAD , равный 60° , на его стороне отложим сторону $AB = 4$ см, затем построим прямую BC , параллельную AD и проходящую через точку B . На прямой BC отложим основание трапеции $BC = 7$ см и достраиваем до трапеции.



Часть 2

6. Ответ: 24.

Решение. Из формулы суммы всех углов выпуклого многоугольника следует

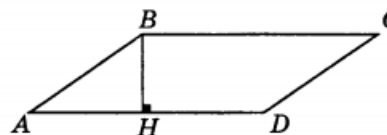
$$165^\circ = \frac{(n-2)180^\circ}{n}, \text{ отсюда } n = 24.$$

7. Ответ: 168.

Решение. Сумма всех углов выпуклого многоугольника равна $(n-2)180^\circ$. Внешний и внутренний углы многоугольника при одной вершине являются смежными углами и в сумме равны 180° . Поэтому сумма внешних углов выпуклого многоугольника, взятых по одному при каждой вершине, равна $n180^\circ - (n-2)180^\circ = 360^\circ$. Так как все внутренние углы выпуклого 30-угольника равны, то и все его внешние углы равны. Градусная мера внешнего угла равна 12° . Следовательно, градусная мера внутреннего угла равна 168° .

8. Ответ: 135.

Решение. Треугольник ABH — прямоугольный, по условию BH — высота параллелограмма $ABCD$, и равнобедренный. Из теоремы о сумме углов треугольника следует, что острый угол прямоугольного равнобедренного треугольника равен 45° . В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180° , значит, $\angle ADC = 135^\circ$.

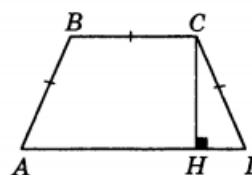


9. Ответ: 60.

Решение. Проведем высоту CH и рассмотрим треугольник CHD — прямоугольный, поскольку отрезок CH — высота. Так как AD в два раза больше основания BC , то $HD = \frac{1}{2}BC$, а поскольку $BC = CD$, то

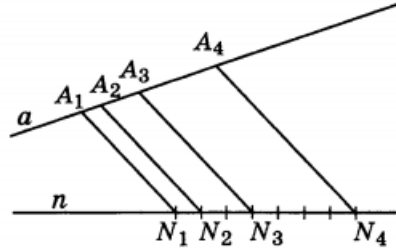
$$HD = \frac{1}{2}CD.$$

Значит, в прямоугольном треугольнике CHD катет HD равен половине гипотенузы CD . Следовательно, $\angle HCD = 30^\circ$, а $\angle CDA = 60^\circ$.



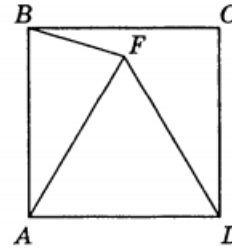
10. Ответ: 28.

Решение. Из теоремы Фалеса следует, что если параллельные прямые A_1N_1 , A_2N_2 , A_3N_3 и A_4N_4 пересекают прямые a и n и при этом $N_1N_2 : N_2N_3 : N_3N_4 = 1 : 2 : 4$, то $A_1A_2 : A_2A_3 : A_3A_4 = 1 : 2 : 4$. Отсюда $A_1A_2 : A_3A_4 = 1 : 4$. Следовательно, $A_3A_4 = 28$ см.



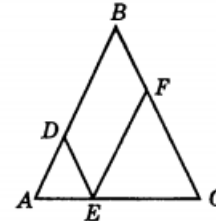
11. Ответ: 15.

Решение. Так как треугольник AFD равнобедренный, то $AF = AD$, а так как четырехугольник $ABCD$ — квадрат, то $AD = AB$, т. е. $AF = AD = AB$, следовательно, треугольник BAF — равнобедренный, значит, $\angle ABF = \angle AFB$, $\angle BAF = \angle BAD - \angle FAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. По теореме о сумме углов треугольника $2\angle ABF = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$, $\angle ABF = 75^\circ$. Следовательно, $\angle FBC = \angle ABC - \angle ABF = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$.



12. Ответ: 8.

Решение. Углы DEA и BCA равны как соответственные при параллельных прямых DE и BC и секущей AC . Треугольник ABC — равнобедренный, значит, $\angle BCA = \angle BAC$, т. е. $\angle DEA = \angle BAC = \angle DAE$. Следовательно, треугольник ADE — равнобедренный, откуда $AD = ED$. Аналогично доказывается, что $EF = FC$. Поэтому $P_{BDEF} = BD + DE + EF + BF = BD + AD + FC + FB = AB + BC$. Треугольник ABC — равнобедренный, значит, $AB = BC$. Отсюда $AB = BC = 8$ см.



Часть 3

13. Ответ: 45.

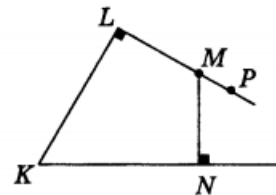
Решение. Сначала докажем, что углы с взаимно перпендикулярными сторонами либо равны, либо дополняют друг друга до 180° (рис. а).

Внутри угла LKN отметим точку M и опустим из нее перпендикуляры ML и MN к сторонам угла соответственно. Точка M отмечена внутри угла LKN , значит, она лежит с лучом KL в одной полуплоскости относительно прямой KN . Поэтому отрезки KL , LM и MN лежат в одной полуплоскости относительно прямой KN . Аналогично доказывается, что отрезки KL , LM и MN лежат в одной полуплоскости относительно прямой KL . Следовательно, четырехугольник $KLMN$ — выпуклый.

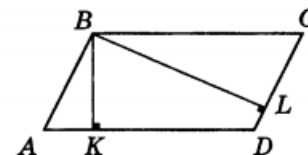
Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° , углы KLM и KMN равны 90° , так как ML и MN перпендикулярны сторонам угла. Значит, углы LKN и LMN дополняют друг друга до 180° , а углы LKN и NMP равны.

Рассмотрим параллелограмм $ABCD$ (рис. б). Углы LBK и ADC со взаимно перпендикулярными сторонами, значит, $\angle ADC$ дополняет $\angle LBK$ до 180° . По свойству углов параллелограмма $\angle ABC = \angle ADC$. Значит, $\angle ABC = 3\angle LBK$, $\angle ABC + \angle LBK = 3\angle LBK + \angle LBK = 180^\circ$, $\angle LBK = 45^\circ$. Отсюда $\angle ABC = 135^\circ$, а $\angle BAC = 45^\circ$ как прилегающие к одной стороне параллелограмма.

а)



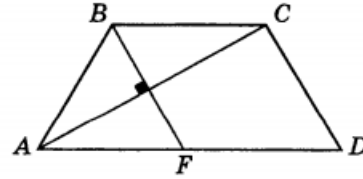
б)



14. Ответ: 6.

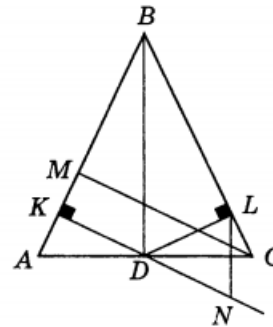
Решение. Трапеция $ABCD$ — равнобедренная, по условию стороны AB и CD равны. Так как отрезок BF — биссектриса тупого угла ABC перпендикулярна диагонали AC , то треугольник ABC — равнобедренный. Отсюда $AB = BC = CD$.

Следовательно, параллелограмм $BCDF$ — ромб, значит, $CD = BF$ и $\angle CDF = \angle FBC$. Углы AFB и FBC равны как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущей BF . Отсюда $AB = AF$, $AB = CD = BF$, значит, треугольник ABF — равносторонний и $AD = 2BC$. Следовательно, $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 3BC + 2BC = 5BC = 30$ см, $BC = 6$ см.



15. Ответ: 12.

Решение. Опустим перпендикуляры DK и DL из точки D на стороны AB и BC соответственно. Через точку L проведем прямую, перпендикулярную прямой AC до пересечения с прямой DK в точке N . Углы LND и NLD треугольника LND соответственно равны углам BAC и BCA как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. По условию $\triangle ABC$ — равнобедренный с основанием AC , значит, $\angle BAC = \angle BCA$, следовательно, и углы LND и NLD треугольника LND равны. В силу признака равнобедренного треугольника $\triangle LND$ равнобедренный с основанием LN , значит, стороны ND и LD равны. Отрезок KN равен сумме отрезков DK и DN : $KN = DK + DN = DK + DL$, т. е. отрезок KN является суммой расстояний от точки D до сторон AB и BC и равен 12 см.



Треугольники CND и CLD равны по двум сторонам и углу между ними, так как $ND = LD$ по доказанному, сторона CD — общая. Прямая CD является биссектрисой угла NDL , так как по построению $NL \perp CD$, т. е. является высотой равнобедренного треугольника LND , а по свойству высоты равнобедренного треугольника NL является и биссектрисой, значит, $\angle CND = \angle CLD$. Отсюда $\angle CND = \angle CLD = 90^\circ$.

Проведем из вершины C высоту CM . Рассмотрим четырехугольник $MKNC$. Прямые CM и KN перпендикулярны к одной прямой KM , следовательно, параллельны, прямые KM и CN перпендикулярны к одной прямой KN , значит, четырехугольник $MKNC$ — прямоугольник. Отсюда $CM = KN = 12$ см.