

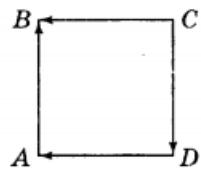
Векторы

Вариант 1

Часть 1

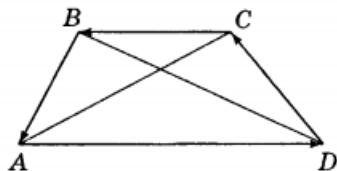
1. Четырехугольник $ABCD$ — квадрат. Среди данных векторов укажите одну пару равных векторов.

1. \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{DC} ;
2. \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{DA} ;
3. \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CB} ;
4. \overrightarrow{CD} и \overrightarrow{DA} .



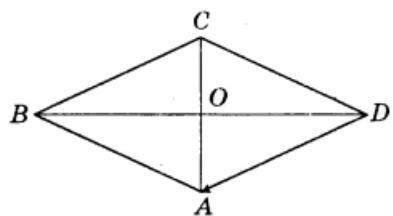
2. Данна трапеция $ABCD$. Выразите вектор \overrightarrow{CB} через векторы \bar{a} , \bar{b} и \bar{c} , если $\bar{a} = \overrightarrow{BA}$, $\bar{b} = \overrightarrow{AD}$ и $\bar{c} = \overrightarrow{DC}$.

1. $\bar{c} + \bar{b} - \bar{a}$;
2. $\bar{a} - \bar{c} + \bar{b}$;
3. $\bar{b} + \bar{a} + \bar{c}$;
4. $-(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$.



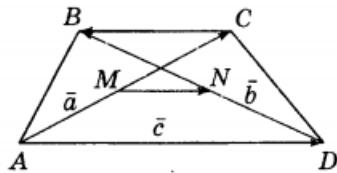
3. Диагонали ромба $ABCD$ AC и BD равны 10 см и 24 см соответственно. Найдите длину вектора \overrightarrow{DA} .

1. 5 см;
2. 12 см;
3. 13 см;
4. 17 см.



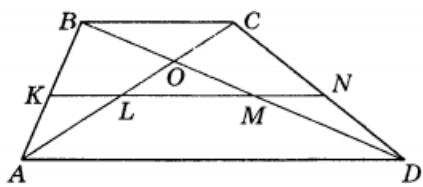
4. В трапеции $ABCD$ $\overrightarrow{AC} = \bar{a}$, $\overrightarrow{DB} = \bar{b}$ и $\overrightarrow{AD} = \bar{c}$. Точки M и N — середины диагоналей AC и BD соответственно. Выразите вектор \overrightarrow{MN} через векторы \bar{a} , \bar{b} и \bar{c} .

1. $\bar{c} - \frac{1}{2}\bar{a} - \frac{1}{2}\bar{b}$;
2. $\bar{c} + \frac{1}{2}\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$;
3. $\bar{c} - \frac{1}{2}\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$;
4. $\bar{c} + \frac{1}{2}\bar{a} - \frac{1}{2}\bar{b}$.



5. Диагонали трапеции $ABCD$ делят ее среднюю линию KN на три отрезка. Отрезки KL и LM равны 6 см и 8 см соответственно. Найдите большее основание трапеции.

1. 16 см;
2. 14 см;
3. 12 см;
4. 28 см.



Часть 2

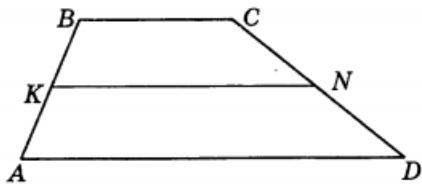
6. Вектор $\overrightarrow{AB} = \bar{a}$. Длина вектора \overrightarrow{CD} в три раза больше длины вектора \overrightarrow{AB} , векторы \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} противоположно направлены. Выразите вектор \overrightarrow{CD} через вектор \bar{a} .

7. Упростите выражение $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA}$.

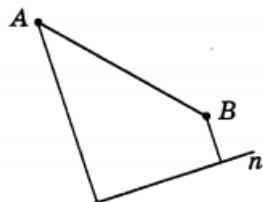
Векторы

8. Даны три коллинеарных вектора \bar{a} , \bar{b} и \bar{c} . Известно, что $2\bar{a} + 0,5\bar{b} - \bar{c} = \bar{0}$ и $|\bar{a}| = 1$, $|\bar{b}| = 2$. Найдите $|\bar{c}|$, если векторы \bar{a} и \bar{b} сонаправлены.
-

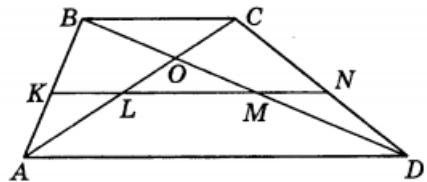
9. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC проведена средняя линия KN , равная 10 см. Найдите основание AD , если $AD = 1,5 BC$.
-



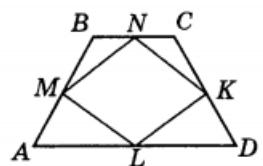
10. Расстояния от концов отрезка до прямой n равны 9 см и 3 см. Отрезок AB не пересекает прямую n . Найдите расстояние от середины отрезка AB до этой прямой.
-



11. В трапеции $ABCD$ диагонали делят ее среднюю линию на три равные части KL , LM и MN . Найдите отношение оснований трапеции $BC : AD$.
-



12. Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ перпендикулярны. Середины сторон трапеции являются вершинами четырехугольника $KLMN$. Определите вид четырехугольника $KLMN$.
-



Часть 3

13. Выразите вектор \overrightarrow{CK} через вектор \overrightarrow{KA} , если $\overrightarrow{OK} = \frac{2}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{5}{7}\overrightarrow{OC}$, где O — произвольная точка.

14. Докажите, что для любых двух векторов справедливо неравенство

$$|\vec{x} - \vec{y}| \leq |\vec{x}| + |\vec{y}|.$$

15. Дан квадрат $ABCD$. Докажите, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{0}$, где точка O является точкой пересечения диагоналей квадрата.

Вариант 2

Часть 1

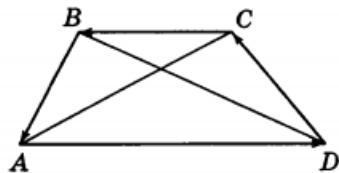
1. Четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм. Среди данных векторов укажите одну пару равных векторов.

1. \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{DC} ;
2. \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{DA} ;
3. \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CB} ;
4. \overrightarrow{DC} и \overrightarrow{DA} .



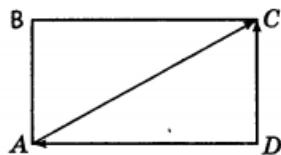
2. Данна трапеция $ABCD$. Выразите вектор \overrightarrow{DC} через векторы \bar{a} , \bar{b} и \bar{c} , если $\bar{a} = \overrightarrow{BA}$, $\bar{b} = \overrightarrow{AD}$ и $\bar{c} = \overrightarrow{CB}$.

1. $\bar{c} + \bar{b} - \bar{a}$;
2. $\bar{a} - \bar{c} + \bar{b}$;
3. $\bar{b} + \bar{a} + \bar{c}$;
4. $-(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$.



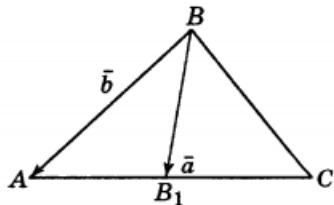
3. В прямоугольнике $ABCD$ стороны AB и AD равны 8 см и 15 см соответственно. Найдите длину вектора \overrightarrow{AC} .

1. 15 см;
2. 17 см;
3. 8 см;
4. 23 см.



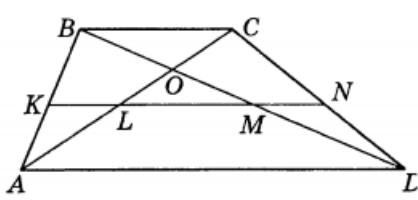
4. В треугольнике ABC $\overrightarrow{BA} = \bar{b}$ и $\overrightarrow{CA} = \bar{a}$. Отрезок BB_1 — медиана треугольника ABC . Выразите вектор $\overrightarrow{BB_1}$ через векторы \bar{a} и \bar{b} .

1. $\frac{1}{2}\bar{a} - \frac{1}{2}\bar{b}$;
2. $\frac{1}{2}\bar{b} - \bar{a}$;
3. $\bar{b} - \frac{1}{2}\bar{a}$;
4. $\frac{1}{2}\bar{a} - \frac{1}{2}\bar{b}$.



5. Средняя линия KN трапеции $ABCD$ пересекает ее диагонали в точках L и M . Найдите длину отрезка ML , если основания AD и BC соответственно равны 23 см и 15 см.

1. 19 см;
2. 4 см;
3. 8 см;
4. 11,5 см.



Часть 2

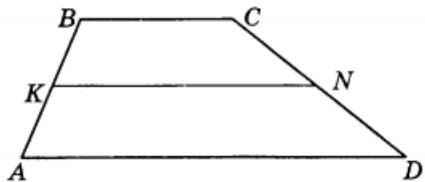
6. Вектор $\overrightarrow{AM} = \bar{m}$. Длина вектора \overrightarrow{MN} равна половине длины вектора \overrightarrow{AM} , векторы \overrightarrow{MN} и \overrightarrow{AM} противоположно направлены. Выразите вектор \overrightarrow{MN} через вектор \bar{m} .

Векторы

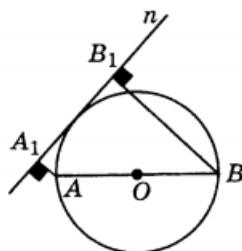
7. Упростите выражение $\overline{AK} - \overline{BC} + \overline{KC}$.

8. Даны три коллинеарных вектора \bar{a} , \bar{b} и \bar{c} . Известно, что $3\bar{a} - \bar{b} + 2\bar{c} = 0$ и $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{c}| = 4$. Найдите $|\bar{b}|$, если векторы \bar{a} и \bar{c} сонаправлены.

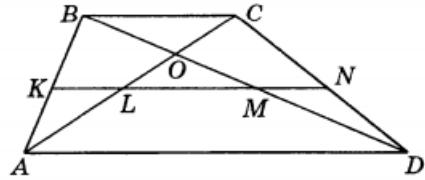
9. В трапеции $ABCD$, одно из оснований которой равно 5 см, проведена средняя линия KN , равная 6 см. Найдите длину другого основания трапеции.



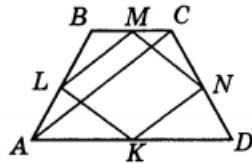
10. Расстояния от концов диаметра окружности AB до касательной n к этой окружности равны 9 см и 1 см. Найдите расстояние от центра окружности до касательной n .



11. В трапеции $ABCD$ основания относятся, как $BC : AD = 3 : 4$. Найдите отношение отрезков KL и LN , на которые диагональ AC делит среднюю линию трапеции.



12. В равнобедренную трапецию $ABCD$ вписан четырехугольник $KLMN$ так, что его стороны ML и KN параллельны диагонали AC . Вершина M четырехугольника является серединой основания BC , а вершина K — серединой основания AD . Определите вид четырехугольника $KLMN$.



Часть 3

13. Выразите вектор \overline{AK} через вектор \overline{KC} , если $\overline{OK} = \frac{3}{5}\overline{OA} + \frac{2}{5}\overline{OC}$, где O — произвольная точка.

14. Докажите, что для любых двух векторов справедливо неравенство

$$|\vec{x} + \vec{y}| \leq |\vec{x}| + |\vec{y}|.$$

15. Дан прямоугольник $ABCD$. Докажите, что $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = 0$, где точка O является точкой пересечения диагоналей прямоугольника.

Ответы и решения.

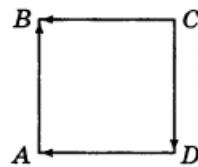
Вариант 1

Часть 1

1. Ответ: 2.

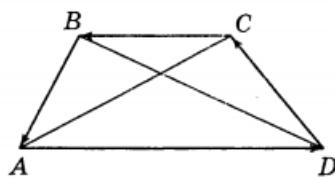
Решение. Чтобы установить равенство двух векторов необходимо проверить: первое, являются ли они коллинеарными, второе, сонаправлены они или противоположно направлены, третье, равны ли их модули.

Все векторы во всех парах по модулю равны, поскольку являются сторонами квадрата. В паре \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{DC} векторы противоположно направлены, в паре \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{DA} векторы сонаправлены, в парах \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{CD} и \overrightarrow{DA} векторы не коллинеарны. Таким образом, условию равенства векторов соответствует только пара \overrightarrow{CB} и \overrightarrow{DA} .



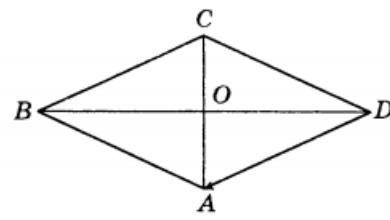
2. Ответ: 4.

Решение. Применим правило многоугольника сложения векторов $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$. Векторы \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{DA} и \overrightarrow{CD} по модулю равны векторам \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{AD} и \overrightarrow{DC} , но противоположно направлены. Значит, $\overrightarrow{CB} = -(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}) = -(\bar{c} + \bar{b} + \bar{a})$.



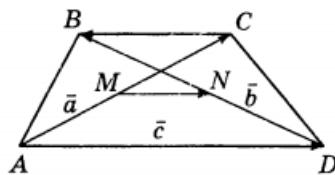
3. Ответ: 3.

Решение. По определению длина вектора \overrightarrow{DA} равна длине отрезка AD . Отрезок AD является стороной ромба $ABCD$. Из свойства диагоналей ромба следует, что треугольник AOD — прямоугольный и $AO = 5$ см, $DO = 12$ см. По теореме Пифагора $AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ (см). Следовательно, $|\overrightarrow{DA}| = 13$ см.



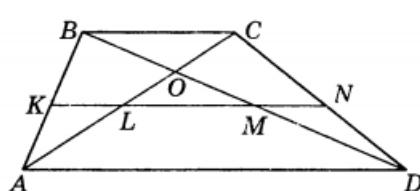
4. Ответ: 3.

Решение. По правилу многоугольника сложения векторов $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}$. Так как точки M и N — середины диагоналей AC и BD , то $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\bar{a}$ и $\overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\bar{b}$. Вектор \overrightarrow{ND} по модулю равен вектору \overrightarrow{DN} , но противоположно направлен. Значит, $\overrightarrow{ND} = -\frac{1}{2}\bar{b}$. Отсюда, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AD} - (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{ND}) = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{ND} = \bar{c} - \frac{1}{2}\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$.



5. Ответ: 4.

Решение. По теореме Фалеса точка M — середина BD . В треугольнике ABD отрезок KM является средней линией и $KM = \frac{1}{2}AD$. Отрезки KL и LM лежат на одной прямой, значит, $KM = KL + LM = 14$ (см), поэтому, $AD = 2KM = 28$ (см).



Часть 2

6. Ответ: $-3\bar{a}$.

Решение. По условию $|\overline{CD}| = 3|\bar{a}|$ и векторы \bar{a} и \overline{CD} противоположно направлены, следовательно, $\overline{CD} = -3\bar{a}$.

7. Ответ: 0.

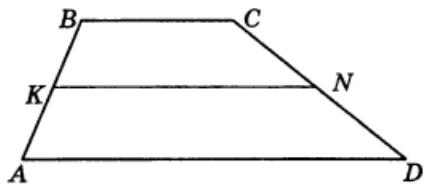
Решение. В силу переместительного закона $\overline{MB} + \overline{AM} + \overline{BA} = \overline{AM} + \overline{MB} + \overline{BA} = \overline{AB} + \overline{BA}$. Векторы \overline{AB} и \overline{BA} равны по модулю, но противоположно направлены, значит $\overline{AB} + \overline{BA} = 0$.

8. Ответ: 0.

Решение. Пусть $\bar{b} = x\bar{a}$. Поскольку $|\bar{a}| = 1$, $|\bar{b}| = 2$ и векторы \bar{a} и \bar{b} сонаправлены, то $x = 2$, т. е. $\bar{b} = 2\bar{a}$. По условию $2\bar{a} + 0,5\bar{b} - \bar{c} = 0$, значит, $\bar{c} = 2\bar{a} + 0,5\bar{b} = 3\bar{a}$. Следовательно, $|\bar{c}| = 3$.

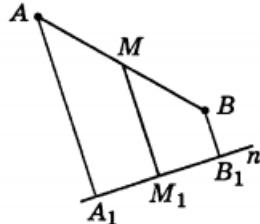
9. Ответ: 12.

Решение. По теореме о средней линии трапеции $KN = \frac{AD + BC}{2}$, а по условию $AD = 1,5 BC$, откуда $AD + BC = 2,5BC$ и $2KN = 2,5BC$, $20 = 2,5BC$, $BC = 8$ (см), $AD = 12$ (см).



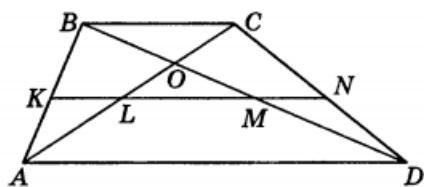
10. Ответ: 6.

Решение. Точка M — середина отрезка AB . По определению расстояния от точки до прямой отрезки AA_1 , BB_1 и MM_1 перпендикулярны прямой n . Следовательно, четырехугольник $ABCD$ — трапеция, основания AA_1 и BB_1 которой равны соответственно 9 см и 3 см. По теореме Фалеса точка M_1 — середина отрезка A_1B_1 , следовательно, отрезок MM_1 — средняя линия трапеции. По теореме о средней линии трапеции $MM_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = \frac{9 + 3}{2} = 6$ (см).



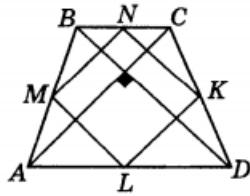
11. Ответ: 1 : 2.

Решение. По теореме Фалеса точки L и M — середины отрезков AC и BD . По условию $KL = LM = MN$, значит, $LN = 2KL$ и $KL : LN = 1 : 2$. В треугольнике ABC отрезок KL является средней линией и $KL = \frac{1}{2}BC$. Аналогично, в треугольнике ACD отрезок LN является средней линией и $LN = \frac{1}{2}AD$. Следовательно, $KL : LN = \frac{1}{2}BC : \frac{1}{2}AD = BC : AD = 1 : 2$.



12. Ответ: квадрат.

Решение. Стороны четырехугольника $KLMN$ являются средними линиями треугольников, основания которых — диагонали трапеции. Так как диагонали трапеции $ABCD$ перпендикулярны, то все углы четырехугольника $KLMN$ — прямые, следовательно, он является прямоугольником. Так как трапеция $ABCD$ равнобедренная, то ее диагонали равны. Значит, соседние стороны четырехугольника $KLMN$ также равны. Следовательно, четырехугольник $KLMN$ является квадратом.



Часть 3

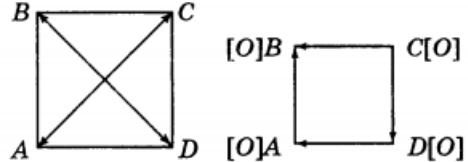
13. Ответ: $\overline{CK} = \frac{2}{5} \overline{KA}$.

Решение. Вычтем из обеих частей вектор \overline{OC} , тогда $\overline{OK} - \overline{OC} = \frac{2}{7} \overline{OA} + \frac{5}{7} \overline{OC} - \overline{OC} = \frac{2}{7} \overline{OA} - \frac{2}{7} \overline{OC}$, т. е. $\overline{CK} = \frac{2}{7} \overline{CA}$. Отсюда следует, что эти векторы коллинеарны, т. е. точка K лежит на отрезке CA и делит его в отношении $2 : 5$; $\overline{CK} = \frac{2}{5} \overline{KA}$.

14. Решение. От одной точки нужно отложить векторы \vec{x} и \vec{y} и провести вектор из конца вектора \vec{y} в начало вектора \vec{x} , получим вектор $\vec{x} - \vec{y}$. Получим треугольник со сторонами $|\vec{x}|$, $|\vec{y}|$ и $|\vec{x} - \vec{y}|$ в силу теоремы о неравенстве треугольника $|\vec{x} - \vec{y}| \leq |\vec{x}| + |\vec{y}|$.

При этом, если векторы не коллинеарны, то выполняется строгое неравенство $|\vec{x} - \vec{y}| < |\vec{x}| + |\vec{y}|$, если векторы коллинеарны, то $|\vec{x} - \vec{y}| = |\vec{x}| + |\vec{y}|$.

15. Решение. От произвольной точки плоскости отложим вектор \overline{OA} . От точки $A[O]$ отложим вектор, равный \overline{OB} . Затем отложим векторы, соответственно равные \overline{OC} и \overline{OD} . Так как диагонали квадрата пересекаются под прямым углом, то у полученного четырехугольника все углы прямые. Значит, полученный четырехугольник — прямоугольник, а так как диагонали квадрата равны и точкой пересечения делятся пополам, то и стороны прямоугольника равны. Следовательно, полученный прямоугольник — квадрат. По правилу многоугольника сложения векторов $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = 0$.



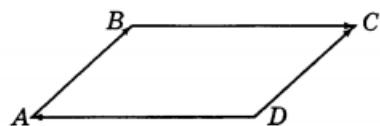
Вариант 2

Часть 1

1. Ответ: 1.

Решение. Чтобы установить равенство двух векторов необходимо проверить: первое, являются ли они коллинеарными, второе, сонаправлены они или противоположно направлены, третье, равны ли их модули.

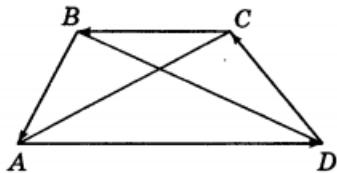
Векторы, лежащие на сторонах AB и DC , равны по модулю, аналогично векторы, лежащие на сторонах BC и AD , равны по модулю поскольку противоположные стороны параллелограмма равны. В паре \overline{AB} и \overline{DC} векторы сонаправлены, в паре \overline{BC} и \overline{DA} векторы противоположно направлены, в парах \overline{AB} и \overline{BC} , \overline{DC} и \overline{DA} векторы не коллинеарны. Таким образом, условию равенства векторов соответствует только пара \overline{AB} и \overline{DC} .



Векторы

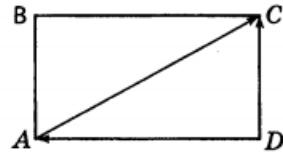
2. Ответ: 4.

Решение. По правилу треугольника сложения векторов $\overline{BD} = \overline{BA} + \overline{AD} = \bar{a} + \bar{b}$. С другой стороны $\overline{BD} = -(\overline{DC} + \overline{CB})$. Значит, $\overline{DC} = -(\overline{BD} + \overline{CB}) = -(\bar{a} + \bar{b}) - \bar{c} = -(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$.



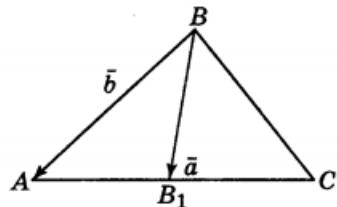
3. Ответ: 2.

Решение. По определению длина вектора \overline{AC} равна длине отрезка AC . Отрезок AC в прямоугольнике $ABCD$ является диагональю. Так как четырехугольник $ABCD$ — прямоугольник, то треугольник ABD — прямоугольный. По теореме Пифагора $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$ (см). Следовательно, $|\overline{AC}| = 17$ см.



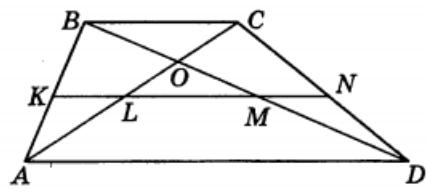
4. Ответ: 3.

Решение. По определению разности векторов $\overline{BB_1} = \overline{BA} - \overline{B_1A}$. Так как отрезок BB_1 — медиана треугольника ABC , то $\overline{B_1A} = \frac{1}{2} \overline{CA} = \frac{1}{2} \bar{a}$. Следовательно, $\overline{BB_1} = \bar{b} - \frac{1}{2} \bar{a}$.



5. Ответ: 2.

Решение. По теореме Фалеса точки L и M — середины отрезков AC и BD . В треугольнике ABC отрезок KL является средней линией и $KL = \frac{1}{2} BC = 7,5$ (см). Аналогично, в треугольнике ABD отрезок KM является средней линией и $KM = \frac{1}{2} AD = 11,5$ (см). Отрезки KL и LM лежат на одной прямой, значит, $LM = KM - KL = 4$ (см).



Часть 2

6. Ответ: $-\frac{1}{2} \bar{m}$.

Решение. По условию $|\overline{MN}| = \frac{1}{2} |\bar{m}|$ и векторы \overline{MN} и \bar{m} противоположно направлены, следовательно, $\overline{MN} = -\frac{1}{2} \bar{m}$.

7. Ответ: \overline{AB} .

Решение. В силу переместительного закона $\overline{AK} - \overline{BC} + \overline{KC} = \overline{AK} + \overline{KC} - \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$.

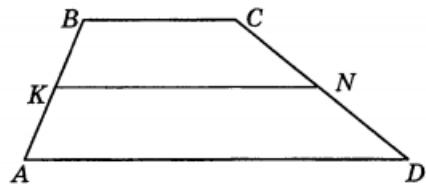
8. Ответ: 14.

Решение. Пусть $\bar{c} = x\bar{a}$. Поскольку $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{c}| = 4$ и векторы \bar{a} и \bar{b} сонаправленны, то $x = 2$, т. е. $\bar{c} = 2\bar{a}$. По условию $3\bar{a} - \bar{b} + 2\bar{c} = 0$, значит, $\bar{b} = 3\bar{a} + 2\bar{c} = 7\bar{a}$. Следовательно, $|\bar{b}| = 14$.

Векторы

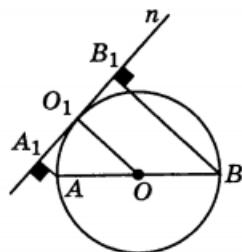
9. Ответ: 7.

Решение. Пусть для определенности $BC = 5$ см. По теореме о средней линии трапеции $KN = \frac{AD + BC}{2}$, откуда $AD = 2KN - BC = 12 - 5 = 7$ (см).



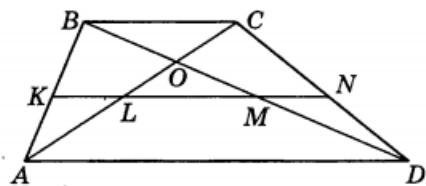
10. Ответ: 5.

Решение. По определению расстояния от точки до прямой отрезки AA_1 , BB_1 и OO_1 перпендикулярны прямой n , значит, $AA \parallel BB_1 \parallel OO_1$. Следовательно, четырехугольник $ABCD$ — трапеция, основания AA_1 и BB_1 которой равны соответственно 9 см и 1 см. Точка O — центр окружности, значит, делит диаметр пополам. По теореме Фалеса точка O_1 — середина отрезка A_1B_1 , следовательно, отрезок OO_1 — средняя линия трапеции. По теореме о средней линии трапеции $OO_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = \frac{9 + 1}{2} = 5$ (см).



11. Ответ: 2.

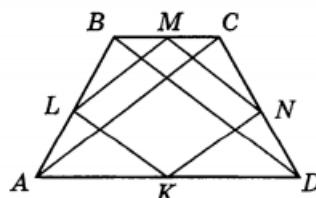
Решение. По теореме Фалеса точки L и M — середины отрезков AC и BD . В треугольнике ABC отрезок KL является средней линией и $KL = \frac{1}{2}BC$. Аналогично, в треугольнике ACD отрезок LN является средней линией и $LN = \frac{1}{2}AD$. По условию $BC : AD = 3 : 4$.



Следовательно, $KL : LN = \frac{1}{2}BC : \frac{1}{2}AD = BC : AD = 3 : 4$.

12. Ответ: ромб.

Решение. По условию точка M является серединой стороны BC , значит, по теореме Фалеса точка L является серединой стороны AB . Аналогично доказывается, что точка N — середина стороны CD . Следовательно, вершины четырехугольника $KLMN$ являются серединами сторон трапеции $ABCD$. Стороны четырехугольника $KLMN$ являются средними линиями треугольников, основания которых — диагонали трапеции. Следовательно, у четырехугольника $KLMN$ сто-



роны MN и KL параллельны, так как они параллельны диагонали BD и равны $\frac{1}{2}BD$ по теореме о средней линии треугольника. Значит, четырехугольник $KLMN$ — параллелограмм. Так как трапеция $ABCD$ — равнобедренная, то ее диагонали AC и BD равны. Значит, стороны LM и MN параллелограмма $KLMN$ также равны. Следовательно, параллелограмм $KLMN$ является ромбом.

Часть 3

13. Решение. Вычтем из обеих частей вектор \overrightarrow{OA} , тогда $\overrightarrow{OK} - \overrightarrow{OA} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OC} - \frac{2}{5}\overrightarrow{OA}$, т. е. $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. Отсюда следует, что векторы \overrightarrow{AK} и \overrightarrow{AC} коллинеарны, т. е. точка K лежит на отрезке AC и делит его в отношении $2 : 3$. Следовательно, $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{KC}$.

Векторы

14. Решение. Нужно от конца вектора \vec{x} отложить вектор \vec{y} и провести вектор из начала вектора \vec{x} в конец вектора \vec{y} , получим вектор $\vec{x} + \vec{y}$. Получим треугольник со сторонами $|\vec{x}|$, $|\vec{y}|$ и $|\vec{x} + \vec{y}|$ в силу теоремы о неравенстве треугольника $|\vec{x} + \vec{y}| \leq |\vec{x}| + |\vec{y}|$.

При этом, если векторы не коллинеарны, то выполняется строгое неравенство $|\vec{x} - \vec{y}| < |\vec{x}| + |\vec{y}|$, если векторы коллинеарны, то $|\vec{x} - \vec{y}| = |\vec{x}| + |\vec{y}|$.

15. Решение. От произвольной точки плоскости отложим вектор \overrightarrow{OA} . От точки $A[O]$ отложим вектор, равный \overrightarrow{OB} . Затем отложим векторы, соответственно равные \overrightarrow{OC} и \overrightarrow{OD} .

Векторы \overrightarrow{OA} и \overrightarrow{OC} лежат на диагонали AC , а векторы \overrightarrow{OB} и \overrightarrow{OD} лежат на диагонали BD , следовательно, они попарно коллинеарны. Отсюда следует, что у полученного четырехугольника стороны попарно параллельны. Значит, полученный четырехугольник — параллелограмм. Так как диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, то стороны полученного параллелограмма равны. Следовательно, полученный параллелограмм — ромб. По правилу многоугольника сложения векторов $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 0$.

